



UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

JOÃO PAULO DIAS DE SOUTO PEREIRA

Análise dinâmica de torre de telecomunicações de compósito pultrudado sob ação do vento

PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Orientadoras

ELIANE MARIA L. CARVALHO

JANINE D. VIEIRA

Niterói

Maio de 2021

JOÃO PAULO DIAS DE SOUTO PEREIRA

Análise dinâmica de torre de telecomunicações de compósito pultrudado sob ação do vento

PROJETO DE CONCLUSÃO DE CURSO II

Projeto de conclusão apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do bacharelado em Engenharia Civil.

Orientadoras

ELIANE MARIA L. CARVALHO

JANINE D. VIEIRA

Niterói

Maio de 2021

Ficha catalográfica automática - SDC/BEE
Gerada com informações fornecidas pelo autor

P436a Pereira, João Paulo Dias de Souto
Análise dinâmica de torre de telecomunicações de
compósito pultrudado sob ação do vento / João Paulo Dias
de Souto Pereira ; Eliane Maria Lopes Carvalho, orientadora ;
Janine Domingos Vieira, coorientadora. Niterói, 2021.
71 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia
Civil)-Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia,
Niterói, 2021.

1. Análise estrutural. 2. Dinâmica. 3. Vento. 4.
Compósito polimérico. 5. Produção intelectual. I.
Carvalho, Eliane Maria Lopes, orientadora. II. Vieira, Janine
Domingos, coorientadora. III. Universidade Federal Fluminense.
Escola de Engenharia. IV. Título.

CDD -

JOÃO PAULO DIAS DE SOUTO PEREIRA

Análise dinâmica de torre de telecomunicações de compósito pultrudado sob ação do vento

Projeto de conclusão apresentado ao curso de graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do bacharelado em Engenharia Civil.

Aprovado em 11 de maio de 2021.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Eliane Maria Lopes Carvalho - UFF
Orientadora

Prof. Janine Domingos Vieira - UFF
Orientadora

Prof. Andréia Abreu Diniz de Almeida - UFF

Prof. Wendell Diniz Varela - UFRJ

À minha família sempre,
por todo apoio e compreensão,
com muito amor.

RESUMO

O presente trabalho analisa a resposta, sob a ação dinâmica do vento, de uma torre de telecomunicações de polímero reforçado com fibras de vidro (PRFV). Utilizando um modelo numérico tridimensional da torre desenvolvido em um programa comercial baseado no método dos elementos finitos, realizou-se a análise de vibração livre para encontrar as propriedades dinâmicas da estrutura. As frequências naturais encontradas para o primeiro modo de flexão lateral nos dois planos foram menores que 1 Hz . De acordo com a NBR 6123, nesse caso, é necessária uma análise dinâmica da estrutura considerando-se a flutuação do vento. Um programa em linguagem Python, nomeado Análise Dinâmica de Torres - Método da Superposição de Harmônicos (ADt-MSH), foi desenvolvido para simular a flutuação do vento e resolver as equações diferenciais de equilíbrio dinâmico. Com a análise da torre no domínio do tempo, foram identificados deslocamentos consideráveis no topo. Para resolver este problema, foram projetados dois atenuadores de vibração passivos ajustados à frequência natural dos modos de vibração ressonantes. A resolução das equações de movimento da estrutura acoplada aos atenuadores, realizada pelo ADt-MSH, permitiu obter as respostas da estrutura original e controlada. Para um conjunto de simulações aleatórias das condições do vento, foi avaliada a eficiência dos atenuadores em reduzir a amplitude dos deslocamentos em ambos os planos, e o sistema de controle com os melhores resultados foi adotado para a verificação estrutural.

Palavras-chave: Análise dinâmica de estruturas. Ação dinâmica do vento. Atenuadores de vibração. Torres de telecomunicações. Compósito pultrudado.

RESUMEN

El presente trabajo analiza la respuesta, bajo la acción dinámica del viento, de una torre de telecomunicaciones de polímero reforzado con fibra de vidrio (PRFV). Utilizando un modelo numérico tridimensional de la torre desarrollado en un programa comercial basado en el método de elementos finitos, se realizó un análisis de vibración libre para encontrar las propiedades dinámicas de la estructura. Las frecuencias naturales encontradas para el primer modo de flexión lateral en los dos planos fueron menores de $1 Hz$. Según NBR 6123, en este caso, es necesario un análisis dinámico de la estructura considerando la fluctuación del viento. Se desarrolló un programa en lenguaje Python, denominado Análisis Dinámico de Torres - Método de Superposición Armónica (ADt-MSH), para simular la fluctuación del viento y resolver las ecuaciones diferenciales de equilibrio dinámico. Con el análisis de la torre en el dominio del tiempo, se identificaron considerables desplazamientos en la parte superior. Para resolver este problema, se diseñaron dos atenuadores de vibración pasiva diseñados para la frecuencia natural de los modos de vibración resonante. La resolución de las ecuaciones de movimiento de la estructura acoplada a los atenuadores, realizada por ADt-MSH, permitió obtener las respuestas de la estructura original y controlada. Para un conjunto de simulaciones aleatorias de condiciones de viento, se evaluó la eficiencia de los atenuadores en la reducción de la amplitud de los desplazamientos en ambos planos y se adoptó el sistema de control con mejores resultados para la verificación estructural.

Palabras clave: Análisis dinámico de estructuras. Acción dinámica del viento. Atenuadores de vibraciones. Torres de telecomunicaciones. Compuesto pultrudado.

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Considerações iniciais	1
1.2	Motivação	1
1.3	Objetivo	1
1.4	Organização do trabalho	2
2	Fundamentação teórica	3
2.1	Análise dinâmica de estruturas	3
2.1.1	Equação do equilíbrio dinâmico	3
2.1.2	Método da superposição modal	4
2.2	Ação dinâmica do vento	6
2.2.1	Força modal	7
2.2.2	Espectro de potência	10
2.2.3	Método da superposição de harmônicos	13
2.3	Controle de vibrações	15
3	Metodologia do trabalho	17
3.1	Descrição do modelo numérico	17
3.2	Discretização da estrutura	19
3.3	Cálculo da ação do vento	22
3.4	Projeto dos atenuadores	23
3.5	Resolução das equações diferenciais de equilíbrio	29
3.6	Verificações estruturais	32
4	Apresentação e análise dos resultados	33
4.1	Ação do vento	33
4.2	Resposta da estrutura	36
4.3	Verificações estruturais	40
4.3.1	Resistência	40
4.3.2	Estabilidade	42
4.3.3	Tombamento	44

4.3.4	Deflexão máxima	45
5	Considerações finais	46
5.1	Conclusão	46
5.2	Sugestões para trabalhos futuros	47
5.2.1	Determinação precisa dos esforços internos	47
5.2.2	Estudo dos efeitos de fadiga	47
5.2.3	Instrumentação e medições experimentais	48
	Referências	49
	Apêndice	52
	Ferramentas de suporte e fluxo de trabalho	52

Lista de Figuras

Capítulo 2

- 2.1 Espectro de velocidade reduzido $S_r(f)$ com eixo das frequências em escala logarítmica. 11
- 2.2 Espectro $S(f)$ (a) e espectro reduzido $S_r(f)$ (b). 12

Capítulo 3

- 3.1 Dimensões gerais da torre e sistema de eixos do modelo. 17
- 3.2 (a) Distribuição dos perfis por cores e altura das antenas, (b) legenda de cores. 18
- 3.3 Discretização da torre e coordenadas ϕ_i do autovetor do primeiro modo de flexão lateral nos dois planos. 19
- 3.4 Exemplo da distribuição das propriedades de uma antena para os elementos discretos imediatamente próximos. 20
- 3.5 Representação esquemática da configuração (a) e fotografia (b) do atenuador pendular instalado. 24
- 3.6 Representação esquemática da configuração (a) e fotografia (b) do atenuador massa-mola discoidal instalado. 24
- 3.7 Eficiência do atenuador pendular em função de diferentes massas. . . 28
- 3.8 Eficiência do atenuador massa-mola discoidal em função de diferentes massas. 28

Capítulo 4

- 4.1 Série histórica da flutuação do vento $u(t)$ em $z = 59,0 m$ 34
- 4.2 Série histórica da força modal $q(t)$ incidindo perpendicularmente. . . 34
- 4.3 Flutuação do vento no domínio da frequência. 35
- 4.4 Resposta no tempo do deslocamento no topo da estrutura original e controlada sob ação do vento a 45° 37
- 4.5 Resposta no tempo do deslocamento horizontal do atenuador pendular sob ação do vento a 45° 37

4.6	Resposta na frequência do deslocamento no topo da estrutura original e controlada sob ação do vento a 45°	38
4.7	Resposta na frequência do deslocamento do atenuador pendular sob ação do vento a 45°	38
4.8	Resposta na frequência da aceleração no topo da estrutura sob ação do vento a 45°	39
4.9	Localização das barras mais solicitadas à tração e à compressão (em rosa).	42
4.10	Localização das barras sujeitas à instabilidade por flambagem (em rosa).	43
4.11	Deflexão na altura da antena mais alta.	45

Lista de Tabelas

Capítulo 3

3.1	Módulos de elasticidade longitudinal e transversal E_L e E_t e módulo de cisalhamento G de acordo com a espessura e dos perfis.	18
3.2	Propriedades da estrutura discretizada e velocidade característica do vento em cada elemento discreto.	21
3.3	Propriedades dinâmicas da estrutura em relação ao primeiro modo de flexão lateral nos dois planos.	22
3.4	Valores adotados para a simulação da flutuação do vento.	23
3.5	Propriedades finais dos atenuadores.	29

Capítulo 4

4.1	Relação entre o deslocamento estático calculado pelo ADt-MSH e o obtido no modelo numérico através do MEF.	33
4.2	Coefficiente de proporcionalidade α e suas parcelas estrutural α_{est} e aerodinâmica α_{aero}	36
4.3	Deslocamentos no topo da estrutura original e controlada.	36
4.4	Maiores solicitações de tração, esforços resistentes e a razão entre ambos.	41
4.5	Maiores solicitações de compressão, esforços resistentes e a razão entre ambos.	41
4.6	Esforços solicitantes de compressão, carga crítica à flambagem e razão entre ambos para os casos de maior instabilidade de cada perfil.	43
4.7	Esforços de tração e cortante máximos nos apoios e comparação com os esforços resistentes dos chumbadores.	44
4.8	Deslocamentos x na altura $z = 58 m$ para as duas hipóteses de vento e comparação com a deflexão limite.	45

Lista de Abreviaturas

ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas.

ACMA American Composites Manufacturers Association.

ADt-MSH Análise Dinâmica de Torres - Método da Superposição de Harmônicos.

ELS Estado limite de serviço.

ELU Estado limite último.

FFT Fast Fourier transform.

FRP Fiber reinforced polymer.

MEF Método dos elementos finitos.

NBR Norma Técnica Brasileira.

PRF Polímero reforçado com fibras.

PRFV Polímero reforçado com fibras de vidro.

RK4 Método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

TRF Transformada rápida de Fourier.

Lista de Símbolos

Letras latinas maiúsculas

A	Carregamento acidental total
A_e	Área efetiva de obstrução ao vento
C	Matriz de amortecimento da estrutura
C_a	Coefficiente de arrasto
E_L	Módulo de elasticidade longitudinal
E_t	Módulo de elasticidade transversal
F	Vetor de forças externas
\bar{F}	Força média do vento
F_{R_d}	Esforço resistente
F_{S_d}	Esforço solicitante
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento
H	Representação matricial da função diferencial h
K	Matriz de rigidez da estrutura
L_p	Comprimento da haste do atenuador pendular
M	Matriz de massa da estrutura
N	Comprimento do vetor de tempo
N_{cr}	Carga crítica de compressão

N_{R_d}	Esforço normal resistente
N_{S_d}	Esforço normal solicitante
P	Carregamento permanente total
R	Número de discretizações do espectro
S	Densidade espectral da velocidade do vento
S_r	Espectro reduzido da velocidade do vento
U	Velocidade do vento
\bar{U}	Parcela média da velocidade do vento
U_0	Velocidade de referência a uma altura de 10 m
U_k	Velocidade característica do vento
V	Carregamento devido ao vento
W	Potência
X	Vetor de deslocamento da estrutura na direção x
\dot{X}	Vetor de velocidade da estrutura na direção x
\ddot{X}	Vetor de aceleração da estrutura na direção x

Letras latinas minúsculas

a	Coordenada modal
c_d	Constante de amortecimento do atenuador discoidal
c_p	Constante de amortecimento do atenuador pendular
e	Espessura dos perfis
f	Frequência

f_f	Frequência final de análise do espectro
f_i	Frequência inicial de análise do espectro
f_n	Frequência natural da estrutura
$f_{n,1}$	Frequência natural do primeiro modo de flexão lateral nos dois planos
f_ε	Frequência central do intervalo ε do espectro discretizado
$f_{\varepsilon,a}$	Limite de integração inicial do intervalo ε do espectro discretizado
$f_{\varepsilon,b}$	Limite de integração final do intervalo ε do espectro discretizado
g	Aceleração da gravidade
h	Função diferencial
i	Índice dos elementos discretos
j	Número total de autovetores de uma estrutura
k	Rigidez modal de determinado modo de vibração
k_a	Rigidez dos atenuadores
k_d	Rigidez total das molas do atenuador discoidal
k_p	Rigidez à rotação do atenuador pendular
m	Massa modal de determinado modo de vibração
m_1	Massa modal do primeiro modo de flexão lateral nos dois planos
m_a	Massa dos atenuadores
m_d	Massa do atenuador discoidal
m_p	Massa do atenuador pendular
m_T	Massa total da estrutura, das antenas e dos acessórios

n	Número de discretizações da estrutura
q	Força modal
t	Tempo
u	Parcela flutuante da velocidade do vento
u_*	Velocidade de atrito do terreno
u_{rel}	Velocidade da flutuação em relação à da estrutura
x	Primeiro eixo horizontal; deslocamento da estrutura na direção x
\dot{x}	Velocidade da estrutura na direção x
\ddot{x}	Aceleração da estrutura na direção x
\bar{x}	Parcela média do deslocamento da estrutura na direção x
x_{lim}	Deflexão limite na altura da antena mais alta
$x_{máx,1}$	Deslocamento total máximo da estrutura original
$x_{máx,2}$	Deslocamento total máximo da estrutura controlada
y	Segundo eixo horizontal
z	Eixo vertical
z_0	Comprimento de rugosidade do terreno

Letras gregas maiúsculas

Δf	Intervalo de frequência do espectro discretizado em escala linear
$\Delta \ln f$	Intervalo de frequência do espectro discretizado em escala logarítmica
Δt	Intervalo de tempo das séries históricas

Π	Produto entre coeficiente de arrasto C_a e área efetiva A_e
Φ	Matriz de autovetores da estrutura
Ψ	Matriz solução de equação/sistema de equações de equilíbrio dinâmico

Letras gregas minúsculas

α	Coefficiente de proporcionalidade entre amortecimento e massa
α_{aero}	Parcela aerodinâmica do coeficiente α
α_{est}	Parcela estrutural do coeficiente α
γ	Fator de acréscimo de esforços devido à flutuação do vento
δ_1	Deslocamento dinâmico máximo da estrutura original
δ_2	Deslocamento dinâmico máximo da estrutura controlada
δ_3	Deslocamento lateral máximo do atenuador
ε	Índice dos intervalos do espectro discretizado
η	Eficiência dos atenuadores
θ	Deslocamento angular do atenuador pendular
$\dot{\theta}$	Velocidade angular do atenuador pendular
$\ddot{\theta}$	Aceleração angular do atenuador pendular
θ_{lim}	Ângulo limite na base da torre
θ_ε	Ângulo de fase aleatório
κ	Constantes do Runge-Kutta de 4ª ordem
λ	Razão entre a frequência do atenuador e a da estrutura
μ	Razão entre a massa do atenuador e a da estrutura

ν	Deslocamento horizontal do atenuador discoidal
$\dot{\nu}$	Velocidade do atenuador discoidal
$\ddot{\nu}$	Aceleração do atenuador discoidal
ξ	Taxa de amortecimento
ξ_a	Taxa de amortecimento dos atenuadores
ξ_d	Taxa de amortecimento do atenuador discoidal
ξ_p	Taxa de amortecimento do atenuador pendular
ρ	Massa específica do ar
ϕ	Autovetor ou forma modal
χ	Frequência adimensional
ψ	Variável genérica para desenvolvimento do método de Runge-Kutta
ω_a	Frequência angular do atenuador
ω_n	Frequência angular natural da estrutura
ω_ε	Frequência angular central do intervalo ε do espectro discretizado

1 Introdução

1.1 Considerações iniciais

As menções a figuras, tabelas, páginas, abreviaturas e fontes externas são hiper-referenciadas na versão eletrônica deste trabalho, bastando clicar sobre as mesmas para uma destinação automática.

1.2 Motivação

As estruturas civis estão sujeitas a diversos tipos de ações dinâmicas cuja relevância varia com a função e o tipo da estrutura. Em pequenas edificações, as ações dinâmicas às quais estão submetidas podem ter um baixo impacto e, assim, é possível desprezá-las ou considerar uma equivalente estática. Já em estruturas altas como torres de telecomunicações, a desconsideração da dinamicidade do vento pode levar a vibrações excessivas, grandes deslocamentos e até mesmo à ruptura.

A NBR 6123 (ABNT, 2013, p. 33) indica a possibilidade de respostas significativas à flutuação do vento para modos de vibração com frequência natural inferior a 1 Hz . Em Pereira (2020, p. 33) obteve-se, para o primeiro modo de flexão lateral nos dois planos da estrutura, uma baixa frequência natural $f_n = 0,89 \text{ Hz}$ devida ao reduzido módulo de elasticidade do PRFV e à esbeltez da estrutura.

Diante desse cenário, é necessário submeter a estrutura analisada à ação dinâmica do vento e analisar sua resposta para os modos de vibração com frequência natural inferior a 1 Hz .

1.3 Objetivo

O objetivo deste trabalho é simular a ação dinâmica do vento e realizar a análise de uma torre de telecomunicações de polímero reforçado com fibras de vibro sujeita a tal ação. No caso de respostas significativas da estrutura às flutuações do vento, será proposta a solução através de sistemas de controle passivos para mitigar os efeitos dinâmicos da ação do vento.

Para realizar as análises, foi desenvolvido um programa na linguagem Python para simular as flutuações a partir de um espectro de potência do vento, solucionar as equações de equilíbrio dinâmico e avaliar a eficiência de dois atenuadores ajustados à frequência natural do primeiro modo de flexão lateral da estrutura para os dois planos.

1.4 Organização do trabalho

O trabalho foi organizado em 4 capítulos a partir deste.

O capítulo 2 traz a base teórica necessária para a familiarização com os assuntos tratados e a avaliação dos resultados do trabalho.

O capítulo 3 detalha a metodologia utilizada para determinar as propriedades da torre, realizar o cálculo da flutuação do vento, projetar os atenuadores e analisar dinamicamente a estrutura, assim como as considerações realizadas para a verificação estrutural.

O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos com o ADt-MSH, programa desenvolvido em Python para a simulação da ação do vento, as respostas da estrutura original (oscilando sem o sistema de controle) e controlada e as verificações estruturais de estado limite último (ELU) e de serviço (ELS) da estrutura controlada pelo atenuador mais eficiente.

No capítulo 5 se apresentam as conclusões com um balanço crítico dos resultados encontrados, e são sugeridas novas linhas de pesquisa com potencial de avançar o tema.

2 Fundamentação teórica

O presente capítulo apresenta a base teórica sobre a qual o estudo da ação dinâmica do vento sobre torres de telecomunicações foi desenvolvido.

2.1 Análise dinâmica de estruturas

As ações dinâmicas são aquelas cuja direção, sentido ou intensidade variam com o tempo. As propriedades do material, a massa e as dimensões da estrutura são fatores importantes para a avaliar sua resposta a essas ações, e o tipo de carregamento ao qual está sujeita depende da função e localização da estrutura.

Obras de arte especiais como pontes, viadutos e passarelas são projetadas para o trânsito de veículos e pedestres, lajes de fábricas estão suscetíveis à vibração de máquinas, edifícios em regiões de instabilidade geológica podem ser acometidos por sismos e estruturas altas como torres de telecomunicações estão sujeitas à ação flutuante do vento.

Em Pereira (*Ibid.*, p. 6-8), foram apresentados conceitos fundamentais da análise dinâmica de estruturas, como a frequência natural, que é a frequência associada a cada modo de vibração da estrutura, e o fator de amplificação dinâmica, correspondente à razão entre o deslocamento dinâmico e estático gerados por determinado carregamento. Expandindo o tema, a seguir são apresentados novos conceitos que permitem analisar a resposta da estrutura sob a ação dinâmica do vento.

2.1.1 Equação do equilíbrio dinâmico

Uma estrutura discretizada em $i = 1, 2, \dots, n$ graus de liberdade tem seu deslocamento em uma direção genérica x representado pelo vetor $X(t)$, de modo que:

$$X(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

Sendo $F(t)_{n \times 1}$ o vetor de forças externas, $M_{n \times n}$ a matriz de massa, $C_{n \times n}$ a matriz de amortecimento e $K_{n \times n}$ a matriz de rigidez da estrutura, seu movimento é descrito pela seguinte sistema de equações de equilíbrio:

$$M \ddot{X}(t) + C \dot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (2.1)$$

A três parcelas à esquerda da equação 2.1 consistem, respectivamente, nas forças de inércia, forças de amortecimento e forças de restauração elástica, e sua soma equivale à força externa $F(t)$ atuante sobre a estrutura.

A matriz de amortecimento C é de difícil determinação, e por isso é considerada proporcional à matriz de massa M . Assume-se um coeficiente de proporcionalidade α de modo que $C = \alpha \cdot M$, e tem-se:

$$M \ddot{X}(t) + \alpha M \dot{X}(t) + K X(t) = F(t) \quad (2.2)$$

2.1.2 Método da superposição modal

O método da superposição modal para a resolução da equação do equilíbrio dinâmico se baseia na condição de ortogonalidade dos modos de vibração em relação às matrizes de massa e rigidez da estrutura.

Como demonstram Craig Jr. e Kurdila (2006, p. 289), dados dois autovetores (ou formas modais) quaisquer ϕ_1 e ϕ_2 tais que $\omega_1 \neq \omega_2$, tem-se:

$$\phi_1^T M \phi_2 = \phi_2^T M \phi_1 = 0 \quad (2.3)$$

$$\phi_1^T K \phi_2 = \phi_2^T K \phi_1 = 0 \quad (2.4)$$

Das equações 2.3 e 2.4 decorre que a excitação de um determinado modo não é afetada pela resposta dos demais, e a equação do equilíbrio dinâmico (2.2) pode ser solucionada para cada modo de vibração da estrutura em separado, superpondo posteriormente seus efeitos para a obtenção do deslocamento total.

Com isso, pode ser realizada uma separação de variáveis, de modo que a coordenada física $X(t)$ passa a ser representada pelo produto da matriz Φ dos j autovetores da estrutura por um vetor de coordenadas modais $A(t)$:

$$X(t) = \Phi \cdot A(t) \quad (2.5)$$

A coordenada física se refere à grandeza espacial de comprimento, e a coordenada modal é uma grandeza adimensional: uma amplitude em função do tempo.

Expandida, a equação 2.5 assume a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} \phi_{1,1} & \phi_{1,2} & \dots & \phi_{1,j} \\ \phi_{2,1} & \phi_{2,2} & \dots & \phi_{2,j} \\ \dots & & & \dots \\ \phi_{n,1} & \phi_{n,2} & \dots & \phi_{n,j} \end{bmatrix}_{n \times j} \cdot \begin{bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \dots \\ a_j(t) \end{bmatrix}_{j \times 1}$$

Sendo os modos ortogonais, para um modo de vibração qualquer o vetor de deslocamentos $X(t)$ se dá pelo produto de seu autovetor ϕ pela função $a(t)$:

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \dots \\ x_n(t) \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \dots \\ \phi_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \cdot a(t) \quad (2.6)$$

A equação 2.6 pode ser substituída na 2.2, obtendo:

$$M \phi \ddot{a}(t) + \alpha M \phi \dot{a}(t) + K \phi a(t) = F(t)$$

Multiplicando os termos por ϕ^T , a transposta do autovetor, obtém-se a equação de equilíbrio em função da coordenada modal $a(t)$, independente da coordenada física:

$$\phi^T M \phi \ddot{a}(t) + \phi^T \alpha M \phi \dot{a}(t) + \phi^T K \phi a(t) = \phi^T F(t)$$

O termo à direita da equação e os termos que multiplicam $a(t)$, $\dot{a}(t)$ e $\ddot{a}(t)$ são escalares, e podem ser reescritos da seguinte forma:

$$m \ddot{a}(t) + \alpha m \dot{a}(t) + k a(t) = q(t) \quad (2.7)$$

Onde:

$$\begin{aligned} m &= \phi^T M \phi \longrightarrow \text{massa modal} \\ k &= \phi^T K \phi \longrightarrow \text{rigidez modal} \\ q(t) &= \phi^T F(t) \longrightarrow \text{força modal} \end{aligned}$$

Considerando que m , k e α são propriedades conhecidas da estrutura, para solucionar a equação diferencial de 2ª ordem em $a(t)$ restaria apenas determinar a força modal $q(t)$, referente à ação externa atuante. No caso deste trabalho, se trata da ação dinâmica do vento.

2.2 Ação dinâmica do vento

Como mostra Cardoso Jr. (2011, p. 28), a velocidade do vento $U(z, t)$ atuando no plano xz possui uma parcela média $\bar{U}(z)$ e uma flutuante $u(z, t)$, de modo que:

$$U(z, t) = \bar{U}(z) + u(z, t)$$

Para uma estrutura em repouso, a força de arrasto do vento $F(z, t)$ se dá pela seguinte expressão:

$$F(z, t) = \frac{\rho C_a A_e U^2(z, t)}{2}$$

Onde ρ é a massa específica do ar, C_a o coeficiente de arrasto e A_e a área de obstrução efetiva da estrutura⁽¹⁾.

Sendo $U(z, t)$ a soma das parcelas média e flutuante, seu quadrado apresenta o quadrado de ambos os termos.

$$U^2(z, t) = \bar{U}^2(z) + 2\bar{U}(z)u(z, t) + u^2(z, t)$$

A ordem de grandeza da flutuação é consideravelmente inferior à da velocidade média, logo seu quadrado pode ser desprezado. Obtém-se:

$$F(z, t) = \frac{\rho C_a A_e [\bar{U}^2(z) + 2\bar{U}(z)u(z, t)]}{2} \quad (2.8)$$

Para a estrutura em movimento, interessa a velocidade $u_{rel}(t) = u(t) - \dot{x}(t)$ da flutuação em relação à estrutura, onde $\dot{x}(t)$ é a velocidade da resposta da estrutura.

Substituindo $u_{rel}(t)$ na equação 2.8, encontra-se:

$$F(z, t) = \frac{\rho C_a A_e [\bar{U}^2(z) + 2\bar{U}(z)u(z, t) - 2\bar{U}(z)\dot{x}(z, t)]}{2} \quad (2.9)$$

2.2.1 Força modal

A partir da equação 2.9, e sendo $\dot{X}(t) = \phi \dot{a}(t)$, a representação vetorial da força externa $F(z, t)$ se dá por:

$$F(t) = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ \dots \\ F_n(t) \end{bmatrix}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} \frac{\rho C_{a,1} A_{e,1} [\bar{U}_1^2 + 2\bar{U}_1 u_1(t) - 2\bar{U}_1 \phi \dot{a}(t)]}{2} \\ \frac{\rho C_{a,2} A_{e,2} [\bar{U}_2^2 + 2\bar{U}_2 u_2(t) - 2\bar{U}_2 \phi \dot{a}(t)]}{2} \\ \dots \\ \frac{\rho C_{a,n} A_{e,n} [\bar{U}_n^2 + 2\bar{U}_n u_n(t) - 2\bar{U}_n \phi \dot{a}(t)]}{2} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

⁽¹⁾ O coeficiente de arrasto e a área efetiva variam em função altura z da torre; no entanto, as notações $C_a(z)$ e $A_e(z)$ foram omitidas para fins de simplificação.

A transposta do autovetor ϕ é um vetor $1 \times n$, e seu produto por $F(t)$ se dá por:

$$\phi^T \cdot F(t) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \dots & \phi_n \end{bmatrix}_{1 \times n} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\rho C_{a,1} A_{e,1} [\bar{U}_1^2 + 2 \bar{U}_1 u_1(t) - 2 \bar{U}_1 \phi \dot{a}(t)]}{2} \\ \frac{\rho C_{a,2} A_{e,2} [\bar{U}_2^2 + 2 \bar{U}_2 u_2(t) - 2 \bar{U}_2 \phi \dot{a}(t)]}{2} \\ \dots \\ \frac{\rho C_{a,n} A_{e,n} [\bar{U}_n^2 + 2 \bar{U}_n u_n(t) - 2 \bar{U}_n \phi \dot{a}(t)]}{2} \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

O resultado é um escalar que, como visto anteriormente, corresponde à força modal $q(t)$:

$$q(t) = \phi^T \cdot F(t) = \rho \sum_{i=1}^n \frac{C_{a,i} A_i \phi_i [\bar{U}_i^2 + 2 \bar{U}_i u_i(t) - 2 \bar{U}_i \phi \dot{a}(t)]}{2} \quad (2.10)$$

A parcela negativa da equação 2.10 se apresenta em função de $\dot{a}(t)$. O termo pode ser transferido para o lado esquerdo da equação do equilíbrio dinâmico (2.7) e, ao ser dividido por m , constitui a parcela aerodinâmica do coeficiente α de proporcionalidade entre o amortecimento e a massa.

O coeficiente α se dá, portanto, pela soma de uma parcela estrutural α_{est} e uma aerodinâmica α_{aero} , que se dão por:

$$\alpha_{est} = 2 \omega \xi \quad (2.11)$$

$$\alpha_{aero} = \frac{\rho \sum_{i=1}^n C_{a,i} A_i \phi_i^2 \bar{U}_i}{m} \quad (2.12)$$

Onde ω e ξ são, respectivamente, a frequência angular natural e a taxa de amortecimento do modo de vibração em questão.

A equação 2.10 assume, então, a seguinte forma:

$$q(t) = \rho \sum_{i=1}^n \frac{C_{a,i} A_i \phi_i [\bar{U}_i^2 + 2 \bar{U}_i u_i(t)]}{2} \quad (2.13)$$

Percebendo que a velocidade média \bar{U}_i se encontra nas duas parcelas da equação 2.13, esta pode ser simplificada a partir da definição da força média \bar{F}_i :

$$\bar{F}_i = \frac{\rho C_{a,i} A_i \bar{U}_i^2}{2}$$

$$q(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \left[\bar{F}_i + \frac{2 \bar{F}_i u_i(t)}{\bar{U}_i} \right] \quad (2.14)$$

Substituindo a equação 2.14 na 2.7, tem-se:

$$m \ddot{a}(t) + \alpha m \dot{a}(t) + k a(t) = \sum_{i=1}^n \phi_i \left[\bar{F}_i + \frac{2 \bar{F}_i u_i(t)}{\bar{U}_i} \right] \quad (2.15)$$

Dividindo a equação 2.15 pela massa modal, e sendo $\omega_n = \sqrt{k/m}$ a equação da frequência natural, encontra-se a equação final do equilíbrio dinâmico independente:

$$\ddot{a}(t) + \alpha \dot{a}(t) + \omega_n^2 a(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\phi_i}{m} \left[\bar{F}_i + \frac{2 \bar{F}_i u_i(t)}{\bar{U}_i} \right] \quad (2.16)$$

A resolução da equação 2.16 fornece a coordenada modal $a(t)$ e, para retornar à coordenada física e encontrar o deslocamento em cada ponto i da estrutura, realiza-se seu produto por ϕ_i , o valor do autovetor nos respectivos pontos:

$$x_i(t) = \phi_i \cdot a(t) \quad (2.17)$$

2.2.2 Espectro de potência

A partir de observações experimentais, diversos autores propuseram expressões para o espectro de potência da velocidade do vento. Após o estudo de cerca de 70 registros da componente longitudinal da turbulência, Davenport (1961, p. 194) propôs a seguinte formulação para o espectro:

$$\frac{f \cdot S(f)}{u_*^2} = \frac{4 \chi^2}{(1 + \chi^2)^{3/4}} = S_r(f) \quad (2.18)$$

Onde:

f → frequência (Hz)

$S(f)$ → densidade espectral da velocidade do vento (m^2/s^2)

u_* → velocidade de fricção ou atrito

χ → frequência adimensional, igual a $1200 m \cdot f/U_0$

U_0 → velocidade média (m/s) a uma altura de $10 m$

$S_r(f)$ → espectro reduzido (adimensional)

A velocidade de fricção u_* do terreno é dada por:

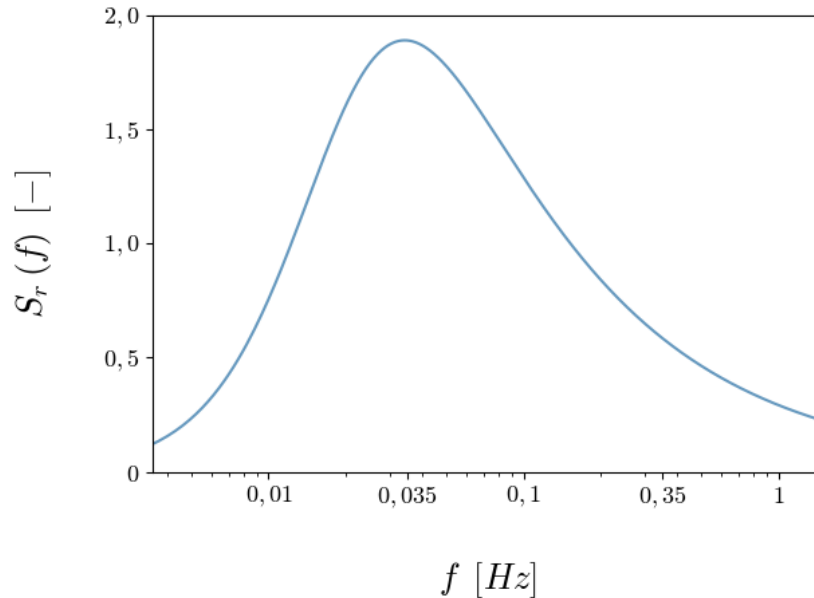
$$u_* = \frac{0,4 U_0}{\ln(10/z_0)}$$

Onde z_0 é o comprimento de rugosidade do terreno. Para um terreno de categoria V, como é o caso deste trabalho, a NBR 6123 define $z_0 = 2,5 m$ (ABNT, 2013, p. 11).

Percebe-se que a flutuação do vento calculada pela equação 2.18 não varia com a altura analisada. Em seus estudos experimentais, Davenport (1961, p. 202) percebeu que há um leve arrefecimento da energia da flutuação ao longo da altura; no entanto, segundo Simiu e Scanlan (1896, p. 54 *apud* CHÁVEZ, 2006, p. 42), para ventos da ordem de $20 m/s$ é razoável a aplicação da equação 2.18 a todo o intervalo de interesse da altura z . Neste trabalho, a velocidade característica na altura de referência de $10 m$ é igual a $24,1 m/s$.

A Figura 2.1 apresenta o espectro reduzido em função da frequência, e nela observa-se que grande parte da energia da flutuação se concentra nas baixas frequências.

Figura 2.1: Espectro de velocidade reduzido $S_r(f)$ com eixo das frequências em escala logarítmica.

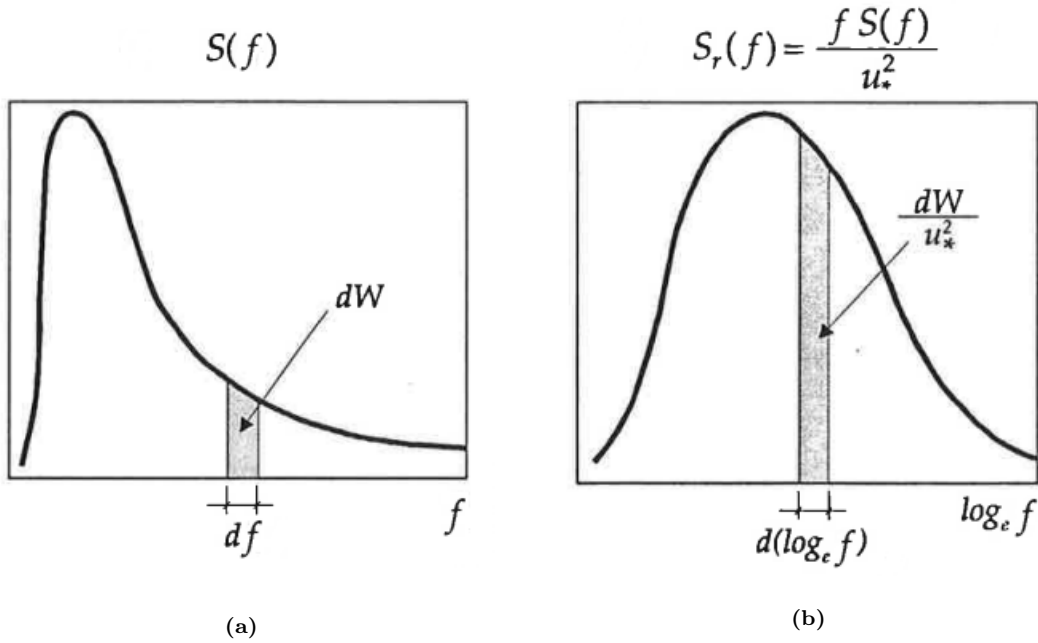


Fonte: elaboração própria, 2021.

A escala logarítmica permite uma boa captura das baixas frequências, e por isso o espectro reduzido $S_r(f)$ se torna uma representação conveniente da densidade espectral. Quando representado graficamente com o eixo das frequências em escala logarítmica, a área sob seu gráfico oferece uma real medida da energia em relação ao espectro original (DAVENPORT, 1961, p. 199).

A energia da flutuação do vento é obtida a partir da integração da densidade espectral, como é ilustrado nas Figuras 2.2a e 2.2b para o espectro original e o espectro reduzido.

Figura 2.2: Espectro $S(f)$ (a) e espectro reduzido $S_r(f)$ (b).



Fonte: Franco, 1993, p. 14, Figura 2⁽²⁾.

Da Figura 2.2a, observa-se que dW é a potência associada ao intervalo infinitesimal de frequência df , correspondendo à área sob o gráfico de $S(f)$. Logo, tem-se:

$$dW = S(f) \cdot df \quad (2.19)$$

Analogamente, da Figura 2.2b se obtém a potência dW a partir da área sob o espectro $S_r(f)$ reduzida de uma constante $1/u_*^2$. O desenvolvimento de tal observação parte da equação do espectro reduzido (2.18).

Multiplicando os dois lados por $d(\ln f) \cdot df/df$, tem-se:

$$S_r(f) \cdot \frac{d(\ln f)}{df} \cdot df = \frac{f S(f)}{u_*^2} \cdot \frac{d(\ln f)}{df} \cdot df$$

⁽²⁾ Algumas modificações foram realizadas para manter a coerência com as notações utilizadas neste trabalho.

No lado direito da equação, calcula-se a derivada do logaritmo:

$$S_r(f) \cdot \frac{d(\ln f)}{df} \cdot df = \frac{f S(f)}{u_*^2} \cdot \frac{1}{f} \cdot df$$

Cancelando alguns termos, obtém-se:

$$S_r(f) \cdot d(\ln f) = \frac{S(f)}{u_*^2} \cdot df \quad (2.20)$$

Substituindo a equação 2.19 na 2.20, encontra-se a potência reduzida apresentada na Figura 2.2b:

$$S_r(f) \cdot d(\ln f) = \frac{dW}{u_*^2}$$

Com isso, se estabelece uma relação entre a área sob os gráficos de $S(f)$ e $S_r(f)$, com o eixo das frequências representado em escala linear no primeiro e logarítmica no segundo:

$$dW = S(f) \cdot df = u_*^2 \cdot S_r(f) \cdot d(\ln f) \quad (2.21)$$

2.2.3 Método da superposição de harmônicos

Iannuzzi e Spinelli (1987, p. 2385) apresentam diversas metodologias para a simulação da flutuação do vento. Assume-se que esta seja um processo gaussiano, ou seja, estocástico com distribuição normal, e de média zero.

Utilizou-se neste trabalho o método da superposição de harmônicos (MSH)⁽³⁾, que discretiza o espectro de potência $S(f)$ em $\varepsilon = 1, 2, \dots, R$ intervalos de largura Δf e representa a flutuação do vento $u(t)$ por um somatório de R ondas cossenoidais com frequência angular ω_ε .

⁽³⁾ Também encontrado na literatura como “método da superposição de ondas com amplitudes ponderadas”. Em inglês, “*weighted amplitude wave superposition*” (WAWS).

As parcelas do somatório são os harmônicos $u_\varepsilon(t)$, de modo que:

$$u(t) = \sum_{\varepsilon=1}^R u_\varepsilon(t)$$

$$u_\varepsilon(t) = \sqrt{2 S(f_\varepsilon) \Delta f} \cos(\omega_\varepsilon t + \theta_\varepsilon) \quad (2.22)$$

Onde:

R - número total de intervalos

f_ε - frequência central do intervalo ε

Δf - largura dos intervalos, igual a $(f_i - f_f)/R$

f_i, f_f - frequências inicial e final de análise do espectro

ω_ε - frequência angular central de cada intervalo, igual a $2\pi f_\varepsilon$

θ_ε - ângulo de fase aleatório com distribuição uniforme de 0 a 2π

A unidade da densidade espectral da velocidade é m^2/s^2 e o espectro apresenta metade da amplitude de cada frequência, logo as ondas são ponderadas pela raiz quadrada do dobro da integral numérica do espectro em seus respectivos intervalos, como se vê na equação 2.22. Encontra-se assim a unidade de velocidade, m/s .

A partir da relação apresentada na equação 2.21, a equação 2.22 pode ser reescrita para a utilização do espectro reduzido:

$$u_\varepsilon(t) = u_* \sqrt{2 \cdot S_r(f_\varepsilon) \cdot \Delta \ln(f)} \cdot \cos(\omega_\varepsilon + \theta_\varepsilon)$$

Com o eixo das frequências em escala logarítmica, a largura das faixas passa a ser dada por $\Delta \ln(f)$, e as frequências centrais f_ε são calculadas pela média geométrica dos limites de integração. Assim, tem-se:

$$f_\varepsilon = \sqrt{f_{\varepsilon,a} \cdot f_{\varepsilon,b}}$$

Onde $f_{\varepsilon,a}$ e $f_{\varepsilon,b} = f_{\varepsilon,a} + \Delta \ln(f)$ são os limites de integração inicial e final de um determinado intervalo ε .

2.3 Controle de vibrações

Em um cenário de grandes deslocamentos ocasionados pela ação dinâmica do vento, um conjunto de técnicas se apresenta para promover sua mitigação.

Um aumento da rigidez e uma diminuição da massa da estrutura resultam em aumento de sua frequência natural, possibilitando sair da faixa de frequências onde a energia da flutuação do vento se concentra, e alguns pesquisadores propõem atribuir geometrias chanfradas, vazadas ou arredondadas à estrutura, de modo a reduzir os efeitos aerodinâmicos (KWOK, 1995 *apud* KAREEM; KIJEWSKI; TAMURA, 1999, p. 8). No entanto, na prática as duas primeiras técnicas se mostram custosas e/ou inviáveis, e não há consenso sobre os efeitos positivos da terceira (KAREEM; KIJEWSKI; TAMURA, 1999, p. 9).

Os atenuadores são sistemas de controle que, ao trabalhar em conjunto com a estrutura, dissipa sua energia cinética e reduz a amplitude de suas oscilações. Projetados de modo a oscilar em ajuste às frequências naturais da estrutura, se apresentam como uma boa solução para a mitigação da resposta dinâmica, e são classificados em ativos e passivos.

Segundo Kareem, Kijewski e Tamura (1999, p. 27), os atenuadores ativos utilizam sensores e algoritmos de controle para coordenar indutores de movimento eletromecânicos ou hidráulicos e se adaptar ativamente ao movimento da estrutura. Apesar de oferecem um controle preciso dos deslocamentos dinâmicos, o sistema apresenta um custo elevado e exige constante manutenção e monitoramento.

Já os atenuadores passivos iniciam sua ação a partir do próprio movimento da estrutura, funcionando como um contrapeso que ameniza os deslocamentos gerados por cargas dinâmicas. Dessa forma, não exigem fonte externa de energia e constituem sistemas simples com boa eficiência (*Ibid.*, p. 12).

Utilizando atenuadores passivos, Battista *et al.* (2018, p. 109) obtiveram uma redução significativa da amplitude dos dois modos de flexão dominantes no topo de uma torre de telecomunicações de 40 m sujeita à ação do vento. Tal resultado foi obtido através de um atenuador pendular ajustado à frequência natural do primeiro modo de flexão da torre e um atenuador massa-mola em forma de disco ajustado à frequência natural do segundo.

Conforme apresenta Pinheiro (1997, p. 10), o movimento do sistema composto pela estrutura e o atenuador pendular posicionado em seu topo se calcula através das seguintes equações diferenciais acopladas, expressas na coordenada modal:

$$(m + m_p) \ddot{a} + (\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) m_p L_p + \alpha m \dot{a} + \omega_n^2 m a = q \quad (2.23)$$

$$m_p L_p^2 \ddot{\theta} + m_p L_p \ddot{a} \cos \theta + m_p g L_p \sin \theta + c_p \dot{\theta} + k_p \theta = 0 \quad (2.24)$$

Onde:

- m_p \rightarrow massa do atenuador pendular
- L_p \rightarrow comprimento do atenuador pendular
- c_p \rightarrow amortecimento do atenuador pendular
- k_p \rightarrow rigidez à rotação do atenuador pendular
- θ \rightarrow deslocamento angular do atenuador pendular
- g \rightarrow aceleração da gravidade

A força modal q e as propriedades referentes à estrutura e à ação do vento m , α e ω_n são dadas conforme as equações 2.13 e 2.16.

De acordo com Rao (2010, p. 840), para o sistema massa-mola composto pela estrutura e um atenuador discoidal semelhante ao utilizado por Battista *et al.* (2018, p. 101-102), têm-se as equações diferenciais de equilíbrio a seguir:

$$m \ddot{a} + \alpha m \dot{a} + c_d (\dot{a} - \dot{\nu}) + \omega_n^2 m a + k_d (a - \nu) = q \quad (2.25)$$

$$m_d \ddot{\nu} + c_d (\dot{\nu} - \dot{a}) + k_d (\nu - a) = 0 \quad (2.26)$$

Onde:

- m_d \rightarrow massa do atenuador discoidal
- c_d \rightarrow amortecimento do atenuador discoidal
- k_d \rightarrow rigidez do atenuador discoidal
- ν \rightarrow deslocamento horizontal do atenuador discoidal

3 Metodologia do trabalho

Neste capítulo apresentam-se as características do modelo numérico da torre analisada e aborda-se a metodologia utilizada para a determinação das propriedades estruturais, a simulação da ação do vento, o projeto dos atenuadores e a análise dinâmica da torre, assim como as considerações para sua verificação estrutural.

O programa Análise Dinâmica de Torres - Método da Superposição de Harmônicos (ADt-MSH) foi desenvolvido em Python para simular a flutuação do vento, solucionar as equações diferenciais do equilíbrio dinâmico, determinar as propriedades ótimas dos atenuadores ajustados à frequência natural da torre e avaliar sua eficiência pela resposta da estrutura controlada. No apêndice se apresentam as demais ferramentas utilizadas e um fluxograma do processo de análise da estrutura.

3.1 Descrição do modelo numérico

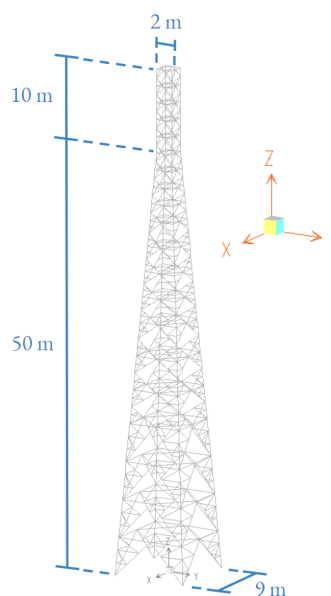
O modelo numérico da torre de telecomunicações de PRFV foi elaborado em Pereira (2020) através do SAP2000, programa comercial de análise estrutural baseado no método dos elementos finitos (MEF).

A torre autoportante possui 20 módulos com configuração de barras e altura variadas, e a Figura 3.1 apresenta as dimensões gerais da estrutura e o sistema de eixos cartesianos.

Os apoios foram considerados engastados, e a ligação dos perfis foi adotada como rígida entre os segmentos dos montantes e barras horizontais principais, e flexível nas extremidades das demais barras.

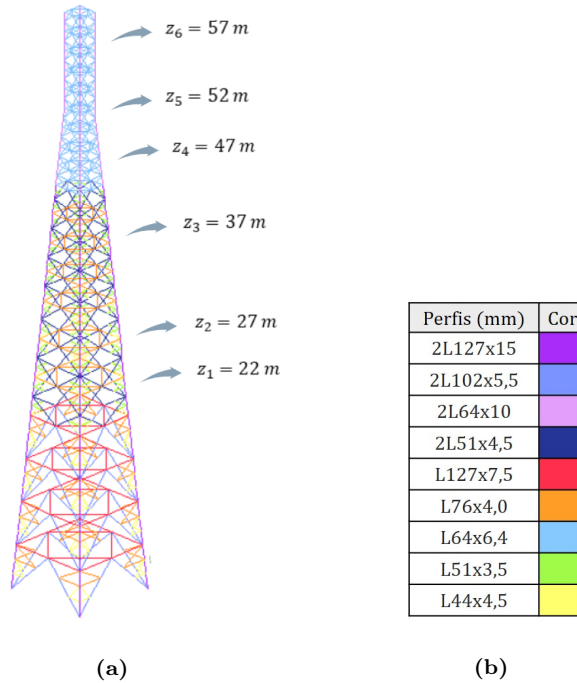
A Figura 3.2 apresenta a disposição dos perfis cantoneira utilizados e as alturas onde se distribuíram as 12 antenas setoriais e 4 antenas parabólicas. As plataformas e guarda-corpos foram posicionados 1 m abaixo das antenas.

Figura 3.1: Dimensões gerais da torre e sistema de eixos do modelo.



Fonte: elaborada pelo autor, 2021.

Figura 3.2: (a) Distribuição dos perfis por cores e altura das antenas, (b) legenda de cores.



Fonte: elaborada pelo autor, 2021.

Adotou-se para o PRFV a massa específica $\rho_{PRFV} = 1,8\text{ t/m}^3$ e módulos de elasticidade variados, dependendo da espessura do perfil de acordo com a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Módulos de elasticidade longitudinal e transversal E_L e E_t e módulo de cisalhamento G de acordo com a espessura e dos perfis.

e (mm)	E_L (GPa)	E_t (GPa)	G (GPa)
$e < 4,8$	24,6	6,88	2,47
$e > 4,8$	27,8	8,62	2,47

Fonte: PEREIRA, 2020, p. 9.

Os acessórios lineares, que percorrem toda a extensão vertical da estrutura, compreendem a escada de manutenção, a esteira, os cabos e os guias de onda. Também foram consideradas cargas acidentais de funcionários e equipamentos de manutenção, posicionadas nas duas últimas plataformas da torre de modo a obter a menor frequência natural na análise de vibração livre (PEREIRA, 2020, p. 17).

3.2 Discretização da estrutura

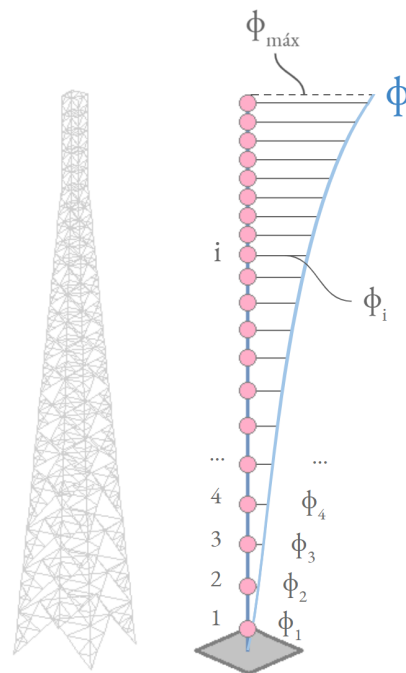
A análise de vibração livre do modelo tridimensional da torre encontrou uma frequência natural inferior a 1 Hz para o primeiro modo de flexão lateral da estrutura nos dois planos. A NBR 6123 aponta o potencial de respostas significativas à flutuação do vento em situações como essa (ABNT, 2013, p. 33), e com isso procedeu-se à adaptação do modelo tridimensional a um modelo unifilar discretizado.

A NBR 6123 (*Ibid.*, p. 34) aponta, em seu método de análise com modelo discreto, uma boa precisão para discretizações em 10 graus de liberdade. Adotaram-se, no entanto, $n = 20$ graus de liberdade, de modo que os elementos discretos correspondessem diretamente aos módulos da torre (Figura 3.3).

A Figura 3.3 também apresenta o autovetor (ou forma modal) ϕ referente ao modo de flexão lateral nos dois planos, indicando para cada elemento discreto $i = 1, 2, \dots, n$ sua coordenada do autovetor ϕ_i . O autovetor considerado para o modelo unifilar foi obtido a partir da análise de vibração livre do modelo tridimensional da torre através do MEF.

Os elementos i foram posicionados na altura média dos módulos, distribuindo o coeficiente de arrasto C_a e a área efetiva de obstrução ao vento A_e para os elementos imedia-

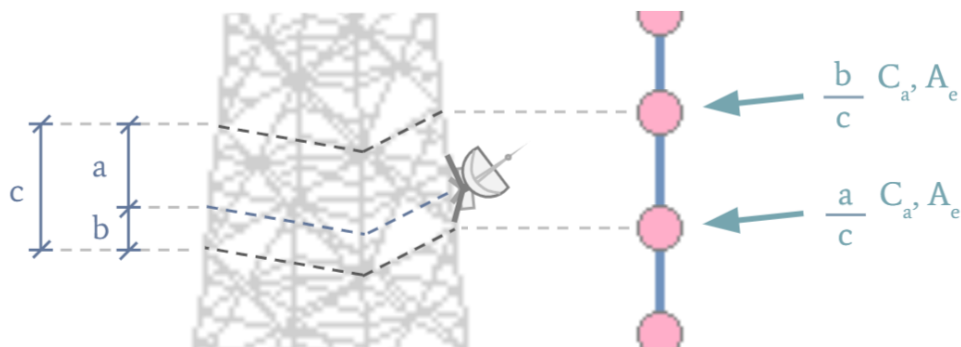
Figura 3.3: Discretização da torre e coordenadas ϕ_i do autovetor do primeiro modo de flexão lateral nos dois planos.



Fonte: elaborada pelo autor, 2021.

tamente próximos em proporção inversa à distância. A Figura 3.4 ilustra este ponto ao apresentar, a título de exemplo, uma antena posicionada entre dois módulos e a distribuição das suas propriedades entre os respectivos elementos discretos.

Figura 3.4: Exemplo da distribuição das propriedades de uma antena para os elementos discretos imediatamente próximos.



Fonte: elaboração própria, 2021.

As linhas pontilhadas escuras representam a altura média dos módulos em questão, e o elemento discreto mais próximo à antena ou ao acessório recebe uma parcela maior de suas propriedades, de modo a melhor representar a configuração projetada em Pereira (2020, p. 13-16) e obter o mesmo deslocamento médio (*Ibid.*, p. 30).

A área de obstrução A_e foi calculada a partir das dimensões dos componentes, tomando como base catálogos de fabricantes, e o coeficiente de arrasto C_a foi adotado com base em orientações técnicas da Telebras (*Ibid.*, p. 48-51).

A velocidade característica U_k , representativa da parcela média do vento, foi calculada para a cidade do Rio de Janeiro de acordo com a NBR 6123 (ABNT, 2013). Uma apresentação detalhada dos fatores considerados para o cálculo da velocidade característica do vento se encontra em Pereira (2020, p. 17-22).

Na Tabela 3.2, se apresentam os valores da altura z_i , da coordenada do autovetor ϕ_i , do produto $\Pi = C_{a,i} \cdot A_{e,i}$ para as duas hipóteses de direção do vento e da velocidade característica do vento $U_{k,i}$ referentes a cada elemento discreto da torre.

Tabela 3.2: Propriedades da estrutura discretizada e velocidade característica do vento em cada elemento discreto.

i	z_i (m)	ϕ_i (%)	$\Pi_{V_{90^\circ}}$ (m^2)	$\Pi_{V_{45^\circ}}$ (m^2)	$U_{k,i}$ (m/s)
1	2,25	0,00	20,2	18,4	18,6
2	6,75	0,42	19,5	17,8	22,5
3	11,25	1,71	18,7	17,2	24,6
4	15,75	3,81	18,0	16,5	26,1
5	20,00	6,72	14,5	13,1	27,2
6	24,00	10,6	14,9	13,4	28,1
7	28,00	15,5	14,7	13,3	28,9
8	31,50	20,7	8,92	8,09	29,5
9	34,50	25,8	8,81	7,99	29,9
10	37,50	31,1	10,1	8,97	30,4
11	40,50	36,7	7,81	7,13	30,8
12	43,00	42,4	4,74	4,20	31,1
13	45,00	47,5	4,55	4,06	31,4
14	47,00	52,8	5,59	4,89	31,6
15	49,00	58,8	4,40	43,91	31,8
16	51,00	65,4	4,53	4,01	32,1
17	53,00	72,7	8,93	7,62	32,3
18	55,00	80,3	4,03	3,60	32,5
19	57,00	88,2	6,14	5,32	32,7
20	59,00	96,1	5,13	4,50	32,9

Fonte: elaboração própria, 2021.

A massa modal excitada pelo primeiro modo de flexão lateral nos dois planos foi calculada através de $m_1 = 1/\phi_{máx}^2$, sendo $\phi_{máx}$ a coordenada máxima do autovetor ϕ . No caso de uma estrutura engastada-livre como a torre analisada neste trabalho, $\phi_{máx}$ se dá em seu topo (vide Figura 3.3).

A taxa de amortecimento foi adotada com base no resultado experimental encontrado por Alexander e Augustine (2015, p. 15) para estruturas em PRFV com extremidades de tipo engastada-livre.

A Tabela 3.3 apresenta a massa modal m_1 , a razão m_1/m_T entre a massa modal e a massa total m_T da estrutura somada às antenas e aos acessórios, a taxa de amortecimento ξ adotada e a frequência natural $f_{n,1}$ associada ao primeiro modo de flexão lateral da estrutura nos dois planos.

Tabela 3.3: Propriedades dinâmicas da estrutura em relação ao primeiro modo de flexão lateral nos dois planos.

m_1 (t)	m_1/m_T (%)	ξ (%)	$f_{n,1}$ (Hz)
2,61	47,1	2,56	0,89

Fonte: elaboração própria, 2021.

3.3 Cálculo da ação do vento

A flutuação do vento $u(t)$ foi simulada a partir do espectro de Davenport pelo método da superposição de harmônicos, conforme exposto em 2.2.2 e 2.2.3.

A Tabela 3.4 apresenta o número m de intervalos em que o espectro foi discretizado, as frequências inicial e final de análise do espectro, f_i e f_f , a largura $\Delta \ln f$ dos intervalos, o intervalo Δt entre amostras de tempo e a velocidade média U_0 a uma altura de $10 m$, obtida a partir da curva exponencial da velocidade característica do vento em função da altura (PEREIRA, 2020, p. 18-20).

Tabela 3.4: Valores adotados para a simulação da flutuação do vento.

m	f_i (Hz)	f_f (Hz)	$\Delta \ln f$ (Hz)	Δt (s)	U_0 (m/s)
500	0,005	1,0	0,002	0,0366	24,1

Fonte: elaboração própria, 2021.

Devido a limitações do MS Excel, software utilizado para aplicar a transformada rápida de Fourier (TRF ou, em inglês, FFT) às respostas da estrutura no tempo, o intervalo Δt foi definido de modo à série histórica da flutuação apresentar 2^{14} amostras dentro do intervalo total de 10 min durante o qual, segundo a NBR 6123, se admite que a velocidade média permanece constante (ABNT, 2013, p. 33).

A força modal do vento $q(t)$ foi calculada conforme exposto em 2.2.1, e sobre ela se aplicou o coeficiente de ponderação de ELS, apresentado na seção 3.6.

No começo da análise a estrutura se encontra em repouso, e para evitar um efeito de impacto inicial foi realizada uma suavização da força modal através da função tangente hiperbólica, compreendendo o intervalo de 0 a $7,5 \text{ s}$.

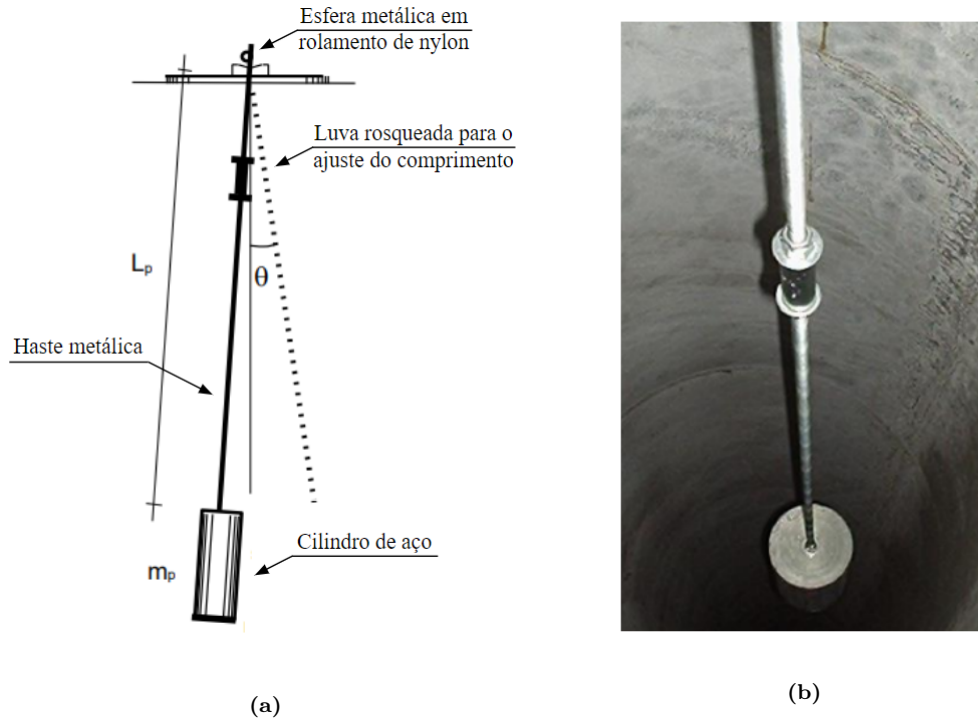
3.4 Projeto dos atenuadores

Com vista a apresentar duas opções para a mitigação da resposta dinâmica do primeiro modo de flexão da estrutura, nesta seção são projetados dois sistemas de atenuadores passivos.

Tomando como base o artigo de Battista *et al.* (2018), o primeiro atenuador é de tipo pendular, fixado internamente ao topo da torre por uma rótula, oscilando em regime não-linear. O segundo consiste em um disco de aço fixado acima do último módulo da torre por 3 molas de cisalhamento helicoidais que oscilam paralelamente ao plano horizontal.

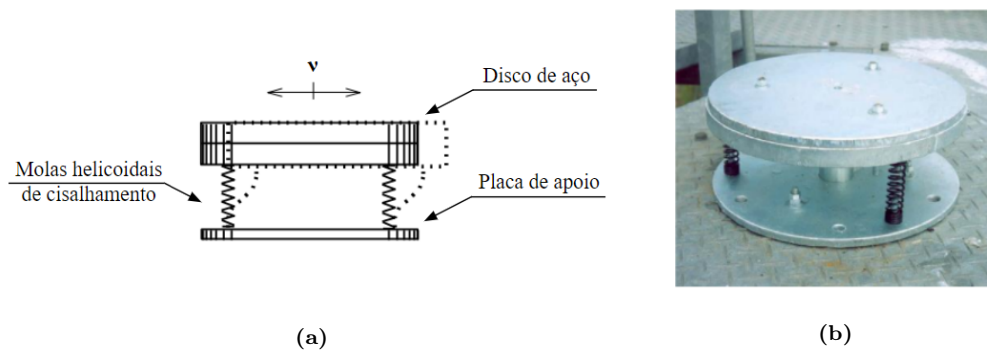
As Figuras 3.5 e 3.6 apresentam a configuração mecânica dos atenuadores considerados neste trabalho e registros fotográficos dos dispositivos implementados por Battista *et al.* (*Ibid.*, p. 102) em uma torre de telecomunicações metálica de 40 m de altura.

Figura 3.5: Representação esquemática da configuração (a) e fotografia (b) do atenuador pendular instalado.



Fonte: BATTISTA *et al.*, 2018, p. 102, Figura 3.

Figura 3.6: Representação esquemática da configuração (a) e fotografia (b) do atenuador massa-mola discoidal instalado.



Fonte: BATTISTA *et al.*, 2018, p. 102, Figura 4.

Tratando de atenuadores de vibração amortecidos, Hartog (1947, p. 126) desenvolve para o ajuste da frequência a seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\omega_a}{\omega_n} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (3.1)$$

Onde λ é a razão entre a frequência angular do atenuador ω_a e a frequência angular natural da estrutura ω_n , e $\mu = m_a/m$ é a razão entre a massa do atenuador e a massa modal dos modos em questão.

A frequência de ajuste de ambos os atenuadores, voltada à frequência natural do primeiro modo de flexão global da estrutura, é calculada através da equação 3.1, diferindo apenas na forma como o ajuste é implementado.

O atenuador massa-mola em forma de disco ajusta sua frequência através da rigidez de suas molas. A partir da equação da frequência natural, $\omega_n = \sqrt{k/m}$, encontra-se:

$$k_d = m_d \omega_d^2$$

Onde:

- k_d → rigidez total das molas helicoidais
- m_d → massa do atenuador discoidal
- ω_d → frequência angular do atenuador discoidal

No caso do atenuador pendular, o ajuste de sua frequência se dá através do comprimento da haste. De acordo com Pinheiro (1997, p. 23), este se calcula por:

$$L_p = \frac{g (m + m_p)^2}{(m \omega_n)^2} \quad (3.2)$$

Onde:

- L_p → comprimento da haste do pêndulo
- g → aceleração da gravidade

m \rightarrow massa modal da estrutura
 m_p \rightarrow massa do atenuador pendular
 ω_n \rightarrow frequência natural da estrutura

A relação entre o comprimento da haste e a frequência angular ω_p do atenuador pendular se dá, segundo Pinheiro (1997, p. 14), por:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{k_p/m_p + g}{L_p}} \quad (3.3)$$

Devido à ligação rotulada, e por dissipar a energia cinética da estrutura principalmente através da força de inércia de sua oscilação (PINHEIRO, 1997, p. 5), a rigidez à rotação k_p do pêndulo foi desprezada. Assim, a equação 3.3 pode ser reescrita:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{g}{L_p}} \quad (3.4)$$

De acordo com o apresentado por Kelly (2012, p. 420), a constante de amortecimento c_d do atenuador massa-mola discoidal se dá por:

$$c_d = 2 m_d \xi_d \omega_d \quad (3.5)$$

Para o atenuador pendular, segundo Pinheiro (1997, p. 17), a constante de amortecimento c_p se calcula por:

$$c_p = 2 m_p \xi_p L_p^2 \omega_p \quad (3.6)$$

Segundo Hartog (*Ibid.*, p. 131), a taxa de amortecimento ótima para o atenuador ajustado pela equação 3.1 é obtida por:

$$\xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (3.7)$$

Substituindo as equações 3.1 e 3.7 na 3.5, e sendo $\omega = 2 \pi f$, encontra-se para o atenuador massa-mola discoidal a seguinte constante de amortecimento:

$$c_d = 2 m_d \omega_n \sqrt{\frac{3 \mu}{8 (1 + \mu)^3}} \frac{1}{1 + \mu}$$

Substituindo as equações 3.4 e 3.7 na 3.6, a constante de amortecimento do atenuador pendular foi calculada por:

$$c_p = 2 m_p L_p^2 \sqrt{\frac{3 \mu}{8 (1 + \mu)^3}} \sqrt{\frac{g}{L_p}}$$

Resta então definir as massas m_d e m_p dos atenuadores.

A determinação das propriedades ótimas dos atenuadores se deu pela avaliação da eficiência obtida dentro de uma faixa de massas, indo de $\mu = 0,05\%$ a $\mu = 20,0\%$.

A eficiência η é calculada por:

$$\eta = \frac{\delta_1 - \delta_2}{\delta_1}$$

Onde:

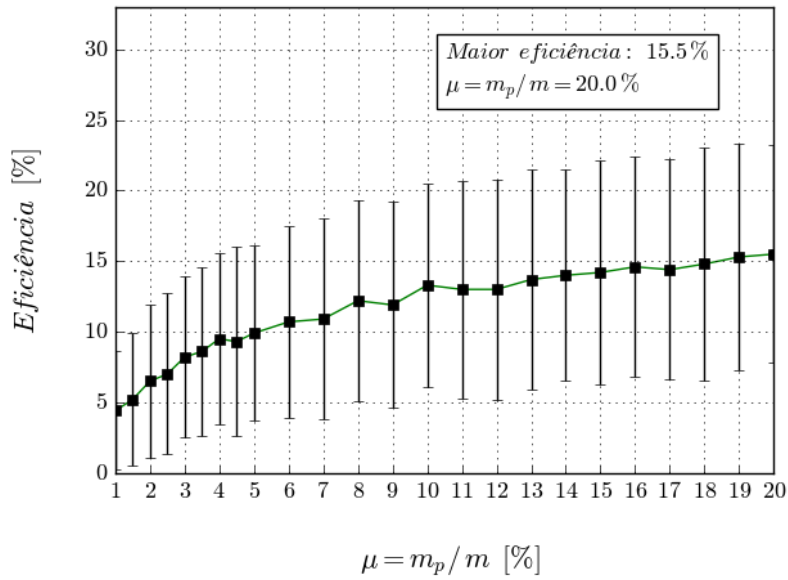
δ_1 \rightarrow deslocamento dinâmico máximo da estrutura original

δ_2 \rightarrow deslocamento dinâmico máximo da estrutura controlada

A flutuação do vento é um processo estocástico, logo considerou-se necessário avaliar não somente uma determinada série histórica, mas um conjunto de amostras representativo da tendência do processo. Assim, para cada relação de massa μ em uma lista indo de 0,5% a 20%, foram geradas 500 séries históricas da flutuação, submetendo a estrutura controlada à ação dinâmica do vento e realizando um tratamento estatístico dos resultados.

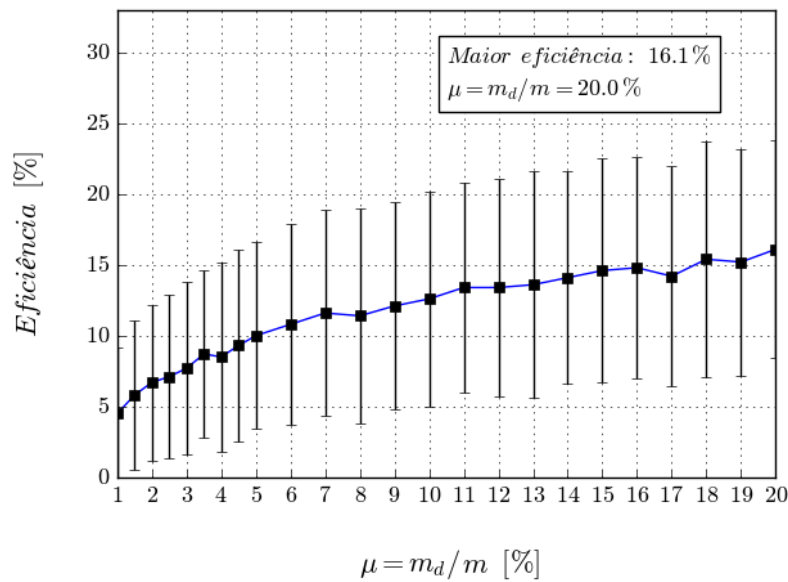
Nas Figuras 3.7 e 3.8 se apresentam os resultados do processo de avaliação da eficiência de diferentes massas dos atenuadores, apresentando seu valor médio e o desvio padrão.

Figura 3.7: Eficiência do atenuador pendular em função de diferentes massas.



Fonte: elaboração própria, 2021.

Figura 3.8: Eficiência do atenuador massa-mola discoidal em função de diferentes massas.



Fonte: elaboração própria, 2021.

Além da eficiência, outros fatores são importantes para a escolha do atenuador mais apropriado, como: a razão de massas μ final, o deslocamento lateral δ_3 máximo do atenuador, o preço do sistema e a disponibilidade de maquinário e peças para sua confecção e/ou implementação.

Considerando garantida a disponibilidade e viabilidade de tais fatores, e levando em conta a recomendação de $\mu \approx 10\%$ feita por Hartog (1947, p. 130), na Tabela 3.5 se encontram as propriedades finais dos atenuadores projetados. O deslocamento δ_3 é apresentado para a hipótese de vento a 45° , que oferece a maior amplitude.

Tabela 3.5: Propriedades finais dos atenuadores.

Tipo	μ (%)	m_a (kg)	ξ_a (%)	k_a (kNm)	L_p (cm)	η (%)	δ_3 (cm)
Pendular	10	261	16,8	0	38,2	$13,5 \pm 7,6$	$10,1 \pm 0,9$
Discoidal	11	287	17,4	7,24	—	$13,4 \pm 8,0$	$13,4 \pm 1,4$

Fonte: elaboração própria, 2021.

Com isso, se apresentam duas opções para o controle da resposta da torre em seu primeiro modo de flexão. A verificação estrutural foi realizada considerando o atenuador pendular, que apresentou uma eficiência média superior e menores valores de massa, deslocamento lateral máximo e desvio padrão da eficiência.

3.5 Resolução das equações diferenciais de equilíbrio

O movimento de uma estrutura sob excitação dinâmica é descrito por uma equação diferencial de segunda ordem e, no caso da estrutura associada a um sistema atenuador, por um sistema de equações acopladas.

Segundo Kelly (2011, p. 345), o método de Runge-Kutta de 4ª ordem (RK4) apresenta um erro por passo da ordem de Δt^5 , sendo Δt o intervalo entre amostras de tempo. Para o intervalo Δt apresentado na Tabela 3.4, o erro do algoritmo é da ordem de $6,6 \cdot 10^{-8}$.

O RK4 foi utilizado para a resolução numérica da equação de equilíbrio da estrutura original (2.16), do sistema de equações da estrutura controlada pelo atenuador pendular (equações 2.23 e 2.24) e do sistema de equações da estrutura controlada pelo atenuador massa-mola discoidal (equações 2.25 e 2.26).

O intervalo de análise de $10 \text{ min} = 600 \text{ s}$ é representado por um vetor de tempo t de comprimento $N = 1 + 600 \text{ s} / \Delta t$, onde $t_i = t(i)$ e $t_{i+1} = t_i + \Delta t$. Sendo $t_0 = 0$, define-se as condições de contorno $\psi(t_0) = \dot{\psi}(t_0) = 0$, e a incógnita genérica $\psi_{i+1} = \psi(t_{i+1})$ se dá por:

$$\psi_{i+1} = \psi_i + \frac{(\kappa_1 + 2\kappa_2 + 2\kappa_3 + \kappa_4)}{6}$$

Onde, dada a equação diferencial $h(\psi, t) = \dot{\psi}(t)$, se tem:

$$\kappa_1 = \Delta t \cdot h(\psi_i, t_i)$$

$$\kappa_2 = \Delta t \cdot h(\psi_i + \kappa_1/2, t_i + \Delta t/2)$$

$$\kappa_3 = \Delta t \cdot h(\psi_i + \kappa_2/2, t_i + \Delta t/2)$$

$$\kappa_4 = \Delta t \cdot h(\psi_i + \kappa_3, t_i)$$

As matrizes $\Psi^{(1)}$, $\Psi^{(2)}$ e $\Psi^{(3)}$ referentes, respectivamente, à resposta da estrutura original, do sistema estrutura-atenuador pendular e do sistema estrutura-atenuador discoidal consistem na solução da equação diferencial $H = \dot{Y}$, representação matricial de $h(\psi, t) = \dot{\psi}(t)$.

As matrizes solução Ψ possuem a seguinte forma:

$$\Psi^{(1)} = \begin{bmatrix} a \\ \dot{a} \end{bmatrix}_{2 \times N} ; \quad \Psi^{(2)} = \begin{bmatrix} a \\ \theta \\ \dot{a} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}_{4 \times N} ; \quad \Psi^{(3)} = \begin{bmatrix} a \\ \nu \\ \dot{a} \\ \dot{\nu} \end{bmatrix}_{4 \times N}$$

Sendo a , θ e ν a forma vetorial $1 \times N$ da coordenada modal, do deslocamento rotacional do atenuador pendular e do deslocamento horizontal do atenuador discoidal em função do tempo, e as matrizes H se dão por:

$$H^{(1)} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ q/M - \alpha \dot{a} - \omega_n^2 a \end{bmatrix}_{2 \times N}$$

$$H^{(2)} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{\theta} \\ \frac{-(B_1 B_2 + m_p g L_p \text{sen } \theta + k_p \theta + c_p \dot{\theta})}{m_p L_p \text{cos } \theta} \\ \frac{B_1 B_2}{m_p L_p^2} \end{bmatrix}_{4 \times N}$$

$$H^{(3)} = \begin{bmatrix} \dot{a} \\ \dot{\nu} \\ \frac{q - \alpha M \dot{a} - \omega^2 M a - k_d (a - \nu) - c_d (\dot{a} - \dot{\nu})}{M} \\ \frac{c_d (\dot{a} - \dot{\nu}) + k_d (a - \nu)}{m_d} \end{bmatrix}_{4 \times N}$$

Onde:

$$B_1 = \frac{m_p L_p^2 \text{cos } \theta}{m_p L_p (\text{cos}^2 \theta - 1) - M L_p}$$

$$B_2 = g \text{tg } \theta (M + m_p) + \frac{(c_p \dot{\theta} + k_p \theta) (M + m_p)}{m_p L_p \text{cos } \theta} +$$

$$+ m_p L_p^2 \text{sen } \theta - \alpha M \dot{a} - \omega^2 M a + q$$

3.6 Verificações estruturais

A análise do ELS da estrutura se fez diretamente a partir dos deslocamentos obtidos pelo ADt-MSH. Já a análise em ELU foi realizada considerando-se, de forma simplificada, uma proporcionalidade entre o acréscimo de deslocamentos promovido pela ação flutuante do vento e o acréscimo de esforços.

Assim, aplicou-se aos esforços obtidos do modelo numérico da torre através do MEF um fator de acréscimo γ calculado por:

$$\gamma = 1 + \frac{\delta_2}{\bar{x}} \quad (3.8)$$

Onde δ_2 é o deslocamento dinâmico máximo da estrutura controlada pelo atenuador pendular, equivalente à média de 2000 séries históricas geradas pelo ADt-MSH, e \bar{x} é a parcela média do deslocamento.

Assim como em Pereira (2020, p. 26), as combinações de carregamentos foram definidas a partir da pré-norma estadunidense para projetos estruturais em PRF (ACMA, 2010, p. 8 e 10), e foram consideradas as hipóteses de vento perpendicular à face da torre e vento incidindo a 45° .

Para o ELS de deflexão máxima definido pela Telebras (1997, p. 3), considerou-se uma ponderação de 40% da carga do vento, e para os ELU de resistência, estabilidade e tombamento, utilizaram-se as seguintes combinações:

- | | |
|---|---|
| 1) $1,2 P + 1,6 A + 0,5 \gamma_{90^\circ} V_{90^\circ}$; | 4) $1,2 P + 0,4 A + 1,0 \gamma_{45^\circ} V_{45^\circ}$; |
| 2) $1,2 P + 1,6 A + 0,5 \gamma_{45^\circ} V_{45^\circ}$; | 5) $0,9 P + 1,0 \gamma_{90^\circ} V_{90^\circ}$; |
| 3) $1,2 P + 0,4 A + 1,0 \gamma_{90^\circ} V_{90^\circ}$; | 6) $0,9 P + 1,0 \gamma_{45^\circ} V_{45^\circ}$. |

Onde P é o carregamento permanente total, A o acidental e V a ação do vento em cada uma das hipóteses.

4 Apresentação e análise dos resultados

Neste capítulo são apresentados os resultados da simulação numérica da ação do vento, a resposta da estrutura original e da estrutura controlada pelo atenuador pendular e as verificações em estados limites últimos (ELU) e de serviço (ELS).

Os resultados referentes à hipótese de vento a 45° já se encontram com a soma vetorial das componentes em x e y efetuada.

4.1 Ação do vento

A Tabela 4.1 apresenta o deslocamento estático \bar{x} encontrado pelo ADt-MSH em relação ao deslocamento estático \bar{x}' obtido em Pereira (2020, p. 30) através do MEF para as duas hipóteses de vento.

Tabela 4.1: Relação entre o deslocamento estático calculado pelo ADt-MSH e o obtido no modelo numérico através do MEF.

Hipótese	\bar{x} (cm)	\bar{x}' (cm)	Erro (%)
V_{90°	14,4	14,0	2,9
V_{45°	17,9	17,6 ⁽⁴⁾	1,7

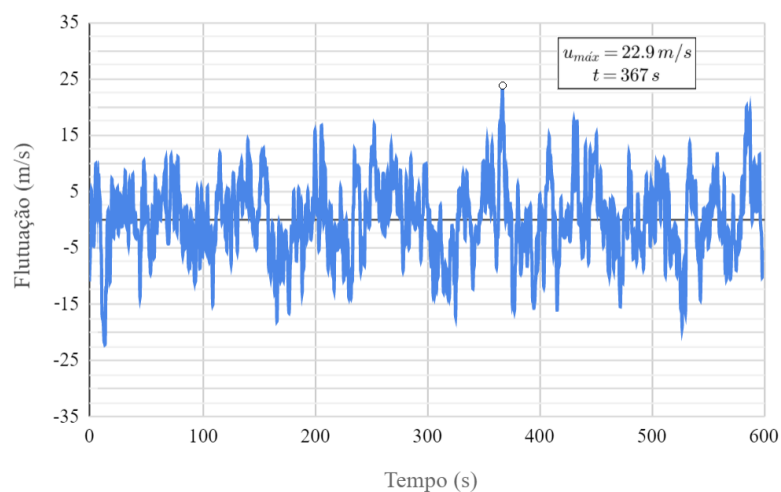
Fonte: elaboração própria, 2021.

Em grande parte as antenas e os acessórios não se encontram alinhados ao ponto médio dos módulos da torre, por isso suas propriedades foram distribuídas para os elementos discretos imediatamente acima e abaixo em proporção inversa à distância. O caráter exponencial da velocidade média do vento \bar{U} faz com que tal distribuição linear não resulte na força de arrasto exata; no entanto, os erros que decorrem desta aproximação são de ordem muito baixa, validando o resultado do ADt-MSH.

⁽⁴⁾ Notou-se um erro no cálculo da força de arrasto devida ao vento a 45° em Pereira (2020), levando a um deslocamento estático superestimado (*Ibid.*, p. 30). O valor aqui apresentado foi extraído do modelo numérico após a correção das planilhas de cálculo.

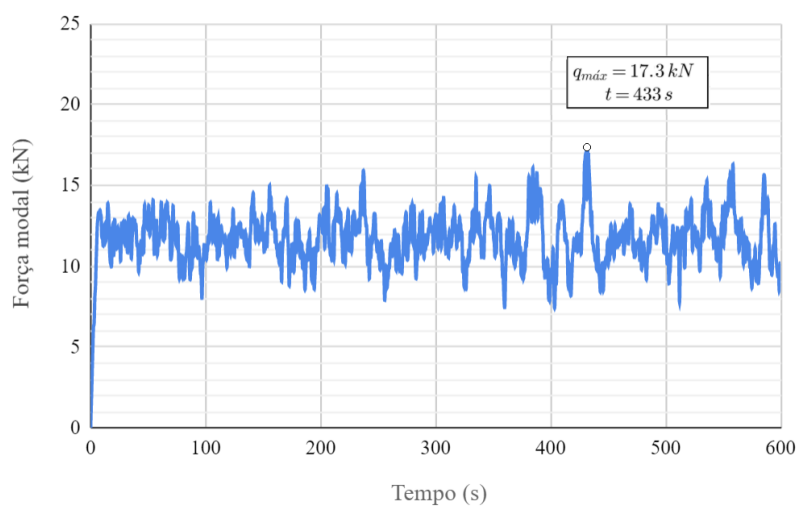
A Figura 4.1 apresenta uma série histórica da flutuação $u(t)$ em $z = 59,0 m$, o ponto médio do último módulo, e na Figura 4.2 se encontra a série histórica da força modal do vento incidindo perpendicularmente a uma das faces da torre.

Figura 4.1: Série histórica da flutuação do vento $u(t)$ em $z = 59,0 m$.



Fonte: elaboração própria, 2021.

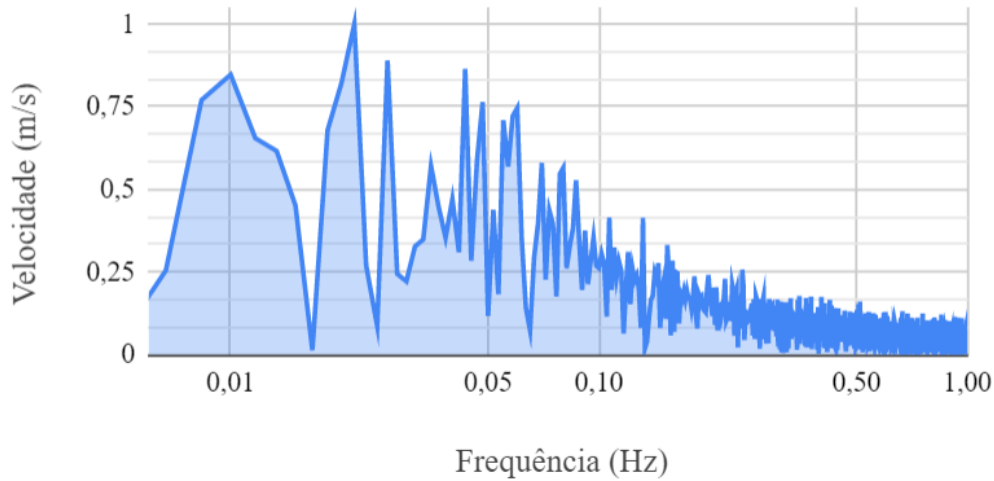
Figura 4.2: Série histórica da força modal $q(t)$ incidindo perpendicularmente.



Fonte: elaboração própria, 2021.

Na Figura 4.3, se apresenta um sinal da flutuação do vento no domínio da frequência, obtido através da TRF.

Figura 4.3: Flutuação do vento no domínio da frequência.



Fonte: elaboração própria, 2021.

A comparação da Figura 4.3 com o espectro reduzido de Davenport a partir do qual a flutuação foi calculada (Figura 2.1) revela uma boa concordância, validando assim a aplicação do método da superposição de harmônicos por parte do ADt-MSH.

A Tabela 4.2 apresenta, para as duas hipóteses de vento, o coeficiente de proporcionalidade α entre o amortecimento e a massa da estrutura, assim como suas parcelas constituintes: o coeficiente de proporcionalidade estrutural α_{est} e o aerodinâmico α_{aero} , calculados através das equações 2.11 e 2.12.

Tabela 4.2: Coeficiente de proporcionalidade α e suas parcelas estrutural α_{est} e aerodinâmica α_{aero} .

Hipótese	α (%)	α_{est} (%)	α_{aero} (%)
V_{90°	70	29	41
V_{45°	65	29	36

Fonte: elaboração própria, 2021.

4.2 Resposta da estrutura

A Tabela 4.3 apresenta o valor médio e o desvio padrão do deslocamento no topo da torre a partir de 2000 séries históricas da flutuação, sendo $x_{máx,1}$ o deslocamento máximo da estrutura original, $x_{máx,2}$ o deslocamento máximo em presença do sistema de controle pendular, $\delta_1 = x_{máx,1} - \bar{x}$ e $\delta_2 = x_{máx,2} - \bar{x}$.

Tabela 4.3: Deslocamentos no topo da estrutura original e controlada.

Hipótese	$x_{máx,1}$ (cm)	δ_1 (cm)	$x_{máx,2}$ (cm)	δ_2 (cm)
V_{90°	$22,5 \pm 0,9$	$8,10 \pm 0,9$	$21,5 \pm 0,8$	$7,05 \pm 0,8$
V_{45°	$28,0 \pm 1,1$	$10,1 \pm 1,1$	$26,5 \pm 1,0$	$8,60 \pm 0,9$

Fonte: elaboração própria, 2021.

O deslocamento total da estrutura sob vento a 45° foi calculado pela superposição da excitação do modo de flexão lateral nos dois planos, considerando a área de obstrução e o coeficiente de arrasto específicos a essa hipótese.

As Figuras 4.4 e 4.5 apresentam a resposta de deslocamento da estrutura e o deslocamento horizontal do atenuador pendular no intervalo de análise de 10 *min*. Os resultados apresentados se referem à hipótese de vento incidindo a 45° , responsável por oferecer os maiores deslocamentos.

Figura 4.4: Resposta no tempo do deslocamento no topo da estrutura original e controlada sob ação do vento a 45°.

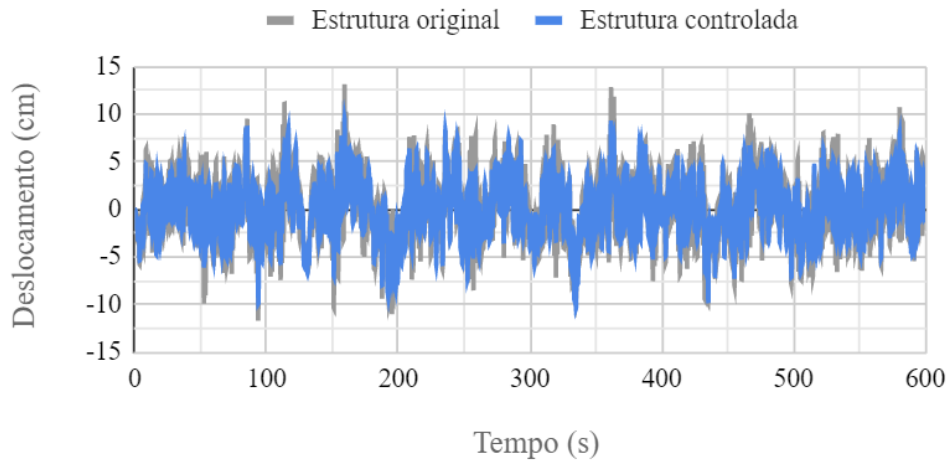
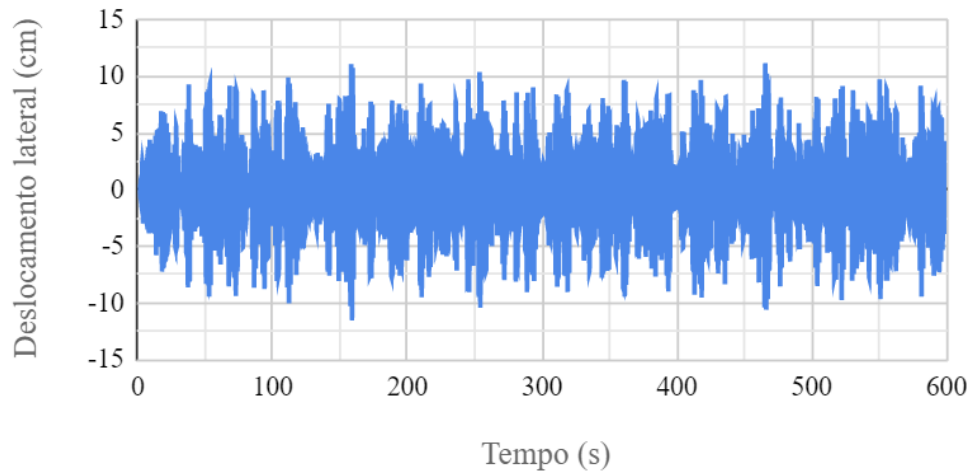


Figura 4.5: Resposta no tempo do deslocamento horizontal do atenuador pendular sob ação do vento a 45°.



Fonte: elaboração própria, 2021.

As respostas de deslocamento no domínio da frequência, apresentadas nas Figuras 4.6 e 4.7, foram obtidas aplicando o algoritmo da TRF aos sinais no tempo da estrutura e do atenuador.

Figura 4.6: Resposta na frequência do deslocamento no topo da estrutura original e controlada sob ação do vento a 45°.

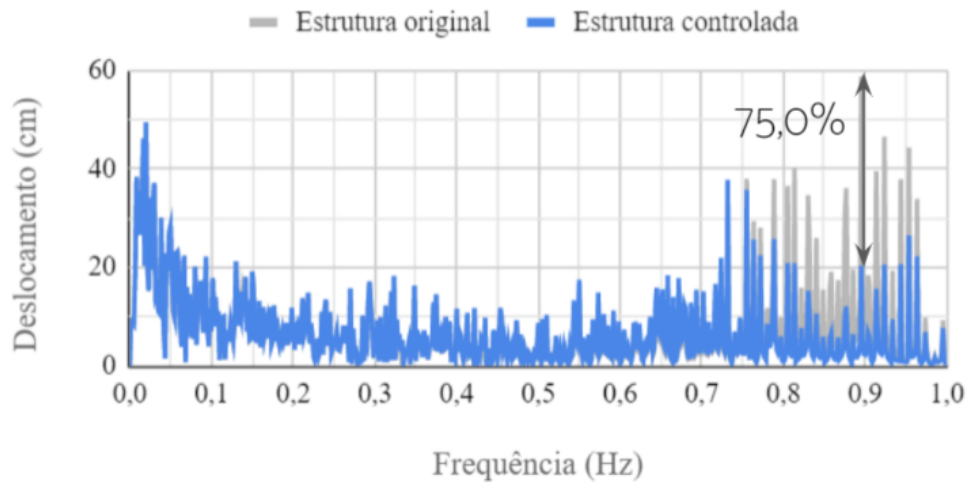
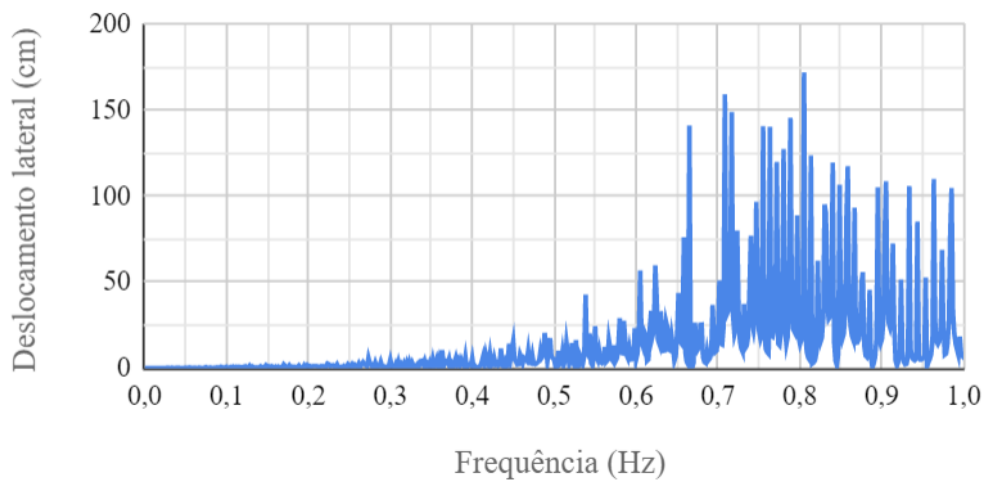


Figura 4.7: Resposta na frequência do deslocamento do atenuador pendular sob ação do vento a 45°.



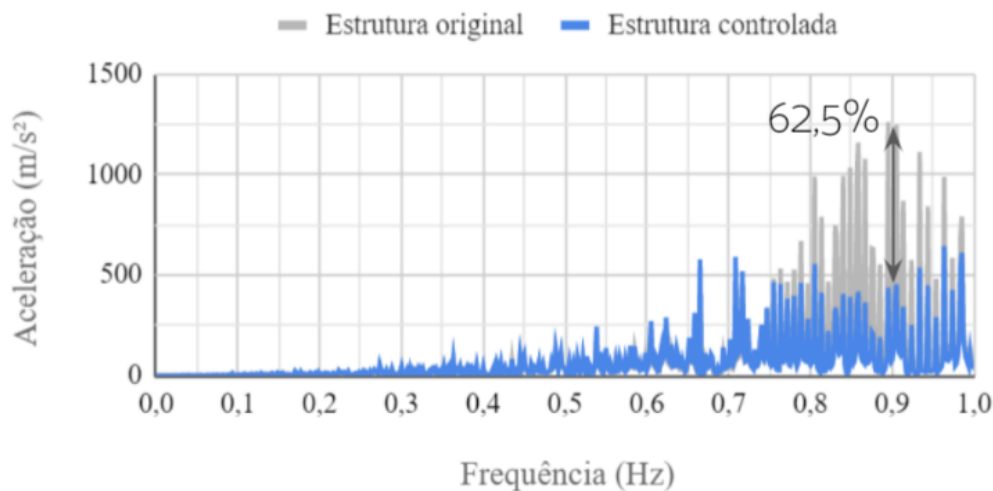
Fonte: elaboração própria, 2021.

Da Figura 4.6, nota-se uma excelente eficiência do atenuador sobre as frequências próximas a $f_n = 0,89 \text{ Hz}$, contribuindo para a redução de cerca de 75% de sua amplitude ressonante, e da Figura 4.7 observa-se o ajuste do atenuador a $0,81 \text{ Hz}$,

em acordo com a aplicação das propriedades da Tabela 3.5 na equação 3.1.

Observa-se também que as baixas frequências, nas quais se concentra a maior parte da energia do espectro (vide Figura 2.1), foram responsáveis por promover uma grande parcela do deslocamento. A Figura 4.8 apresenta a resposta de aceleração da estrutura no domínio da frequência, e permite avaliar o tipo de deslocamento promovido pelos harmônicos de baixa frequência.

Figura 4.8: Resposta na frequência da aceleração no topo da estrutura sob ação do vento a 45°.



Fonte: elaboração própria, 2021.

Nota-se, a partir da Figura 4.8, que o atenuador reduziu em cerca de 63% a aceleração promovida pelos harmônicos ressonantes e os harmônicos de frequência $f \leq 0,2 \text{ Hz}$ não contribuem para a resposta de aceleração da estrutura. Isso significa que, apesar de serem carregamentos dinâmicos (variam no tempo), tais harmônicos promovem, na torre com frequência natural $f_n = 0,89 \text{ Hz}$, deslocamentos estáticos.

Mesmo sem induzir uma resposta dinâmica, ou seja, sem excitar a vibração da estrutura, o deslocamento estático gerado pelos harmônicos de baixas frequências leva a um aumento dos esforços internos, e mostra que a consideração da flutuação do vento não deve ser negligenciada.

Ainda que o atenuador passivo não atue sobre o deslocamento estático de modo a

mitigar por completo o deslocamento causado pela flutuação do vento, a dissipação da energia cinética promovida por ele é de grande importância para o aumento da vida útil da estrutura em relação ao estado limite último de fadiga.

4.3 Verificações estruturais

Da equação 3.8 e a partir dos resultados da Tabela 4.3, se encontram os seguintes fatores de acréscimo de esforços:

$$\gamma_{v_{90^\circ}} = 1 + \frac{7,02 \text{ cm}}{14,4 \text{ cm}} = 1,50$$

$$\gamma_{v_{45^\circ}} = 1 + \frac{8,68 \text{ cm}}{17,9 \text{ cm}} = 1,48$$

Nota-se uma diferença mínima entre os fatores γ relativos a cada hipótese de vento.

Da equação 2.13, nota-se que um aumento ou decréscimo da área de obstrução A_e e do coeficiente de arrasto C_a influenciam proporcionalmente as parcelas estática e dinâmica da força modal. Como esses fatores são os únicos que diferem no cálculo da força de arrasto para cada hipótese de vento, os fatores $\gamma_{v_{90^\circ}}$ e $\gamma_{v_{45^\circ}}$ resultam praticamente iguais.

As verificações de ELU apresentadas nesta seção levam em conta o carregamento de peso do atenuador pendular de massa $m_p = 261 \text{ kg}$.

4.3.1 Resistência

A verificação do ELU de resistência das barras foi realizada a partir da análise de planilhas (vide apêndice), e assim como em Pereira (2020, p. 27), os maiores esforços encontrados foram normais de tração e compressão nos montantes.

As Tabelas 4.4 e 4.5 apresentam as barras mais solicitadas, seus perfis, a combinação de carregamentos mais solicitante, os esforços normais solicitantes N_{S_d} , os resistentes N_{R_d} e a razão entre ambos.

Tabela 4.4: Maiores solicitações de tração, esforços resistentes e a razão entre ambos.

Barra	Perfil	Combinação	N_{t,S_d} (kN)	N_{t,R_d} (kN)	$N_{t,S_d}/N_{t,R_d}$ (%)
609	2L127x15	6	329,6	470,1	70,1
1716	2L64x10	6	131,0	154,7	84,6

Tabela 4.5: Maiores solicitações de compressão, esforços resistentes e a razão entre ambos.

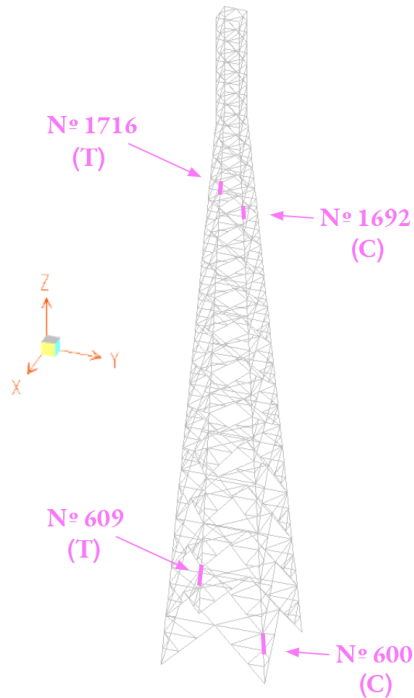
Barra	Perfil	Combinação	N_{c,S_d} (kN)	N_{c,R_d} (kN)	$N_{c,S_d}/N_{c,R_d}$ (%)
600	2L127x15	4	419,4	470,1	89,2
1692	2L64x10	4	156,4	154,7	101,1

Fonte: elaboração própria, 2021.

As combinações responsáveis por gerar os maiores esforços são a 4 e a 6, nas quais se considera a ação do vento a 45° (vide seção 3.6). Observa-se que, para a compressão, os esforços solicitantes na barra 1692 ultrapassaram em 1,1% os resistentes. Devido aos fatores de segurança adotados, essa diferença não representa riscos e foi considerada aceitável.

A Figura 4.9 apresenta a localização das barras mais solicitadas na estrutura, tomando a ação do vento a 45° no sentido positivo dos eixos x e y .

Figura 4.9: Localização das barras mais solicitadas à tração e à compressão (em rosa).



Fonte: elaboração própria, 2021.

4.3.2 Estabilidade

A estabilidade das barras foi avaliada, através de planilhas (vide apêndice), quanto à flambagem sob compressão e quanto ao índice de esbelte limite sob tração.

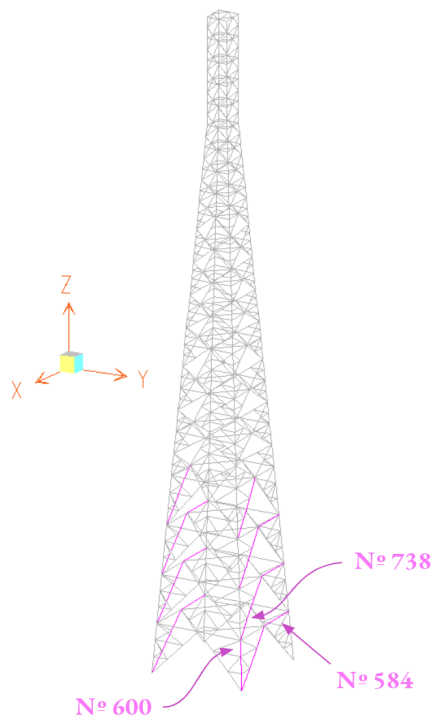
Para os perfis utilizados neste projeto, a flambagem dominante, ou seja, que apresentou menor carga crítica, foi a local. O índice de esbelte limite sob tração foi satisfeito; no entanto, com o acréscimo de esforços devido à flutuação, 33 das 1811 barras apresentaram instabilidade local sob compressão.

A Tabela 4.6 apresenta a identificação das barras, seu perfil, a combinação que as levou à instabilidade, o esforço compressivo solicitante N_{c,S_d} , a carga crítica de compressão N_{cr} e a razão entre ambos para os casos de maior instabilidade, e a Figura 4.10 apresenta a localização das barras que não satisfizeram a essa verificação, com destaque para as mais solicitadas de cada perfil.

Tabela 4.6: Esforços solicitantes de compressão, carga crítica à flambagem e razão entre ambos para os casos de maior instabilidade de cada perfil.

Barra	Perfil	Combinação	N_{c,S_d} (kN)	N_{cr} (kN)	$N_{c,S_d}/N_{cr}$ (%)
584	L127x7,5	3	18,7	12,7	146,4
600	2L127x15	4	419,4	395,3	106,1
738	L102x5,5	3	28,5	25,1	113,8

Figura 4.10: Localização das barras sujeitas à instabilidade por flambagem (em rosa).



Fonte: elaboração própria, 2021.

A flambagem nas barras apresentadas na Figura 4.10 se deu localmente na mesa dos perfis, e observou-se que, diferentemente da verificação à resistência, os casos críticos não se deram apenas nos montantes da torre.

Para os perfis 2L127x15, os esforços solicitantes representaram cerca de 6% da carga crítica à flambagem local, compreendendo uma razão aceitável diante dos fatores de segurança utilizados.

Já os perfis L102x5,5 se encontram em uma faixa mais elevada, com os solicitantes correspondendo a mais de 10% da carga crítica, e no caso do perfil L127x7,5 essa razão ultrapassa 40%. Faz-se necessário, portanto, redimensionar esses perfis para que atendam ao ELU de estabilidade diante da ação flutuante do vento.

4.3.3 Tombamento

Em Pereira (*Ibid.*, p. 60-65), foram projetados para cada apoio 4 chumbadores ISO 4016 Classe 8.8 de pré-concretagem tipo K para suportar os esforços de tração na base da torre, evitar seu arrancamento e o tombamento da estrutura.

Aplicando o diâmetro adotado de 20 mm às equações das forças trativa e de cisalhamento resistentes (*Ibid.*, p. 60 e 61), para cada apoio encontram-se os esforços de tração e cortante resistentes. A base dos montantes é constituída por perfis 2L127x15, e do modelo numérico da estrutura se obtêm os esforços de tração e cortante máximos no apoio.

A Tabela 4.7 apresenta os valores obtidos para os esforços solicitantes F_{S_d} , os resistentes F_{R_d} e a razão entre eles.

Tabela 4.7: Esforços de tração e cortante máximos nos apoios e comparação com os esforços resistentes dos chumbadores.

Esforço	F_{S_d} (kN)	F_{R_d} (kN)	F_{S_d}/F_{R_d} (%)
Trativo	317,5	560,0	56,7
Cisalhante	2,43	373,2	0,65

Fonte: elaboração própria, 2021.

Desses resultados, percebe-se que os chumbadores projetados resistem com folga aos esforços gerados pela ação flutuante do vento.

4.3.4 Deflexão máxima

A prática 240-410-600 da Telebras (1997) trata do projeto de torres autoportantes e, de acordo com a categoria da torre, define a deflexão limite em relação ao eixo vertical no plano horizontal da antena mais alta.

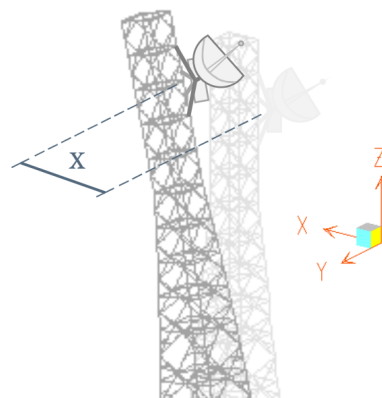
No caso deste trabalho, trata-se de uma torre autoportante leve, e a deflexão limite no plano horizontal da antena mais alta (Figura 4.11) é calculada a partir do ângulo de rotação na base $\theta_{lim} = 1^\circ 40' 0''$. A deflexão limite x_{lim} é dada por:

$$x_{lim} = z \cdot tg(\theta_{lim}) \quad (4.1)$$

Como a coordenada do autovetor é igual a 1 no topo da estrutura engastada-livre, os deslocamentos físicos no topo (Tabela 4.3) equivalem à coordenada modal a . Para se obter a coordenada física em determinada altura da estrutura, multiplica-se a coordenada modal pelo valor do autovetor nessa altura (equação 2.17).

A antena mais alta se encontra em $z = 58 m$, e sendo $\phi_{58 m} = 0,922$, a Tabela 4.8 apresenta os deslocamentos $x = a \cdot \phi_{58 m}$ e sua comparação com a deflexão limite dada pela equação 4.1.

Figura 4.11: Deflexão na altura da antena mais alta.



Fonte: elaborada pelo autor, 2021.

Tabela 4.8: Deslocamentos x na altura $z = 58 m$ para as duas hipóteses de vento e comparação com a deflexão limite.

Hipótese	x (cm)	x_{lim} (cm)	x/x_{lim} (%)
V_{90°	19,7	169	11,7
V_{45°	24,3	169	14,4

A estrutura se encontra, portanto, com folga abaixo do ELS da deflexão máxima.

5 Considerações finais

5.1 Conclusão

O atenuador pendular ajustado à frequência natural do primeiro modo de flexão lateral da torre nos dois planos teve sucesso em mitigar a amplitude dos harmônicos ressonantes, reduzindo em cerca de 75% o deslocamento e em 63% a aceleração da estrutura promovidos por tais harmônicos (Figuras 4.6 e 4.8). A partir das verificações do ELU de estabilidade, entretanto, se percebe a importância de considerar a flutuação do vento no projeto de estruturas esbeltas e flexíveis como torres de telecomunicações de PRFV.

Da Tabela 4.6, que apresenta as barras mais solicitadas sujeitas à instabilidade, observa-se que o projeto realizado por Pereira (2020) considerando apenas a parcela média do vento não foi capaz de resistir aos esforços compressivos gerados pela parcela flutuante do vento, havendo a flambagem local de 3 dos 9 perfis do projeto. Mesmo com a mitigação da resposta ressonante pela ação do atenuador pendular, os harmônicos com frequência inferior a $0,2\text{ Hz}$ suscitaram deslocamentos estáticos consideráveis (Figura 4.6), e os esforços compressivos resultantes desses deslocamentos, por sua vez, promoveram a instabilidade local de 33 das 1811 barras da torre.

A presença de atenuadores passivos é de grande importância para a estrutura, mesmo em casos onde não haja risco estrutural imediato. A ruptura em estado limite último de fadiga se deve à ação repetida e prolongada de variações de tensões, e a redução de cerca de 75% da resposta ressonante de deslocamento oferecida pelo atenuador (Figura 4.6) representa uma extensão significativa da vida útil da estrutura. Prevê-se que a eficiência do atenuador seja ainda maior no caso de uma estrutura com frequência natural inferior à analisada neste trabalho: quanto mais próxima for a frequência natural da estrutura à região abaixo de $0,2\text{ Hz}$, onde se concentra a energia do espectro (Figura 2.1), maior será a parcela dinâmica da resposta de deslocamento gerada pelos harmônicos dessa região, e maior será a atuação do atenuador em mitigá-la.

Percebe-se que os carregamentos dinâmicos não devem ser ignorados, pois sua desconsideração pode comprometer tanto a segurança imediata dos habitantes e

transeuntes da localidade quanto a vida útil da estrutura. A análise dinâmica e a implementação de sistemas de controle passivos consistem em práticas indispensáveis para o projeto de estruturas esbeltas e flexíveis como torres de telecomunicações de PRFV sujeitas a carregamentos dinâmicos de vento, de modo a garantir sua segurança, eficiência e durabilidade.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas linhas de pesquisa com potencial de avançar o conhecimento e promover a utilização de perfis estruturais de PRFV em torres de telecomunicações.

5.2.1 Determinação precisa dos esforços internos

Neste trabalho, foi aplicado aos esforços obtidos pelo MEF um fator de acréscimo para, de maneira simplificada, encontrar os esforços internos gerados pela ação dinâmica do vento. Esse fator foi adotado em proporção ao acréscimo de deslocamentos calculado pelo ADt-MSH, sendo assim uma simplificação do que ocorreria com a estrutura real.

A aplicação, no SAP2000, da força dinâmica calculada pelo ADt-MSH possibilita a análise precisa dos esforços através do MEF, e a comparação destes com os esforços obtidos pela metodologia simplificada permite validá-la caso ambos sejam da mesma ordem de grandeza.

5.2.2 Estudo dos efeitos de fadiga

O ELU de fadiga é responsável por limitar a vida útil de estruturas sujeitas a carregamentos dinâmicos. A variação de tensões promovida por esse tipo de ação leva a microfissuras que, após um determinado número de ciclos, pode levar o elemento estrutural à ruptura.

O estudo dos efeitos de fadiga gerados pela flutuação do vento em torres de telecomunicações de compósito pultrudado, mais especificamente de PRFV, é fundamental, e é de grande relevância avaliar o aumento da vida útil da estrutura

promovido pela implementação de atenuadores passivos como aqueles projetados neste trabalho.

A análise de estruturas com frequências naturais inferiores à da torre analisada também permite avaliar o aumento da vida útil em casos onde a resposta gerada pela flutuação do vento seja majoritariamente dinâmica, permitindo assim uma atuação ainda mais expressiva dos atenuadores.

5.2.3 Instrumentação e medições experimentais

A montagem e instrumentação de uma torre de telecomunicações de PRFV possibilita, com a utilização de anemômetros e acelerômetros, a medição experimental das variações da velocidade do vento e da aceleração horizontal da estrutura. Integrando numericamente o sinal da aceleração de modo a obter os deslocamentos na direção do vento, pode-se comparar os resultados experimentais com a estimativa teórica realizada neste trabalho.

Além da medição em escala real, com as devidas considerações tal empreendimento pode ser realizado sobre um modelo reduzido da estrutura. O modelo reduzido é projetado de modo que os resultados sejam comparáveis ao da estrutura real, permitindo ensaios em espaços fechados com condições controladas.

Referências

ALEXANDER, J. AUGUSTINE, B. S. M. *Free vibration and damping characteristics of GFRP and BFRP laminated composites at various boundary conditions*. Indian Journal of Science and Technology, vol. 8, n. 12, p. 1-7. Chennai, jun. 2015.

Disponível em: <<https://doi.org/10.17485/ijst/2015/v8i12/54208>>.

Acesso em 03/01/2021.

AMERICAN COMPOSITES MANUFACTURERS ASSOCIATION. *Pre-standard for load & resistance factor design (LRFD) of pultruded fiber reinforced polymer (FRP) structures*. 215 p. EUA, 10 set. 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6123: Forças devidas ao vento em edificações*. 66 p. 3. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro, 10 mai. 2013.

BATTISTA, R. C. *et al. Double controller of wind induced bending oscillations in telecom towers*. Smart Structures and Systems, vol. 21, n. 1, p. 99-111, jan. 2018.

Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/sss.2018.21.1.099>>.

Acesso em 08/02/2021.

CARDOSO JR., S. D. *Edificações flexíveis sob ação de vento turbulento*. 101 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, jun. 2011.

Disponível em: <<http://www.coc.ufrj.br/pt/dissertacoes-de-mestrado/111-msc-pt-2011/1-470-sander-david-cardoso-junior>>.

Acesso em 08/02/2021.

CHÁVEZ, E. S. *Análise estrutural de edifício alto submetido às pressões flutuantes induzidas pela ação do vento*. 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, abr. 2006.

Disponível em: <<http://www.pos.dees.ufmg.br/defesas/149M.PDF>>.

Acesso em 10/04/2021.

CRAIG JR., R. R.; KURDILA, A. J. *Fundamentals of structural dynamics*. 728 p. 2nd ed. Hoboken, EUA: John Wiley and Sons Inc., 2006.

DAVENPORT, A. G. *The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds*. Quarterly Journal of the RMetS, vol. 87, n. 372, p. 194-211, abr. 1961.

Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/qj.49708737208>>.

Acesso em 31/01/2021.

FRANCO, M. *Direct along-wind dynamic analysis of tall structures*. 22 p. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, BT/PEF/9303. São Paulo: EPUSP, 1993.

HARTOG, J. P. D. *Mechanical vibrations*. 478 p. 3rd ed. York, EUA: McGraw Hill Book Company Inc., 1947.

IANNUZZI, A.; SPINELLI, P. *Artificial wind generation and structural response*. Journal of Structural Engineering, vol. 113, n. 12, p. 2382-2398, dez. 1987.

Disponível em: <[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1987\)113:12\(2382\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(1987)113:12(2382))>.

Acesso em 07/02/2021.

KAREEM, A.; KIJEWski, T.; TAMURA, Y. *Mitigation of motions of tall buildings with specific examples of recent applications*. Wind and Structures, vol. 2, n. 3, p. 201-251. 1999.

Disponível em: <<https://doi.org/10.12989/was.1999.2.3.201>>.

Acesso em 15/04/2021.

KELLY, S. G. *Mechanical vibrations: Theory and applications*. 896 p. SI ed. Stamford, EUA: Cengage Learning, 2012.

KWOK, K. C. S. *Aerodynamics of tall buildings: A state of the art in wind engineering*. International Association for Wind Engineering, 9th International Conference on Wind Engineering. New Delhi, 1995 *apud* KAREEM, A.; KIJEWski, T.; TAMURA, Y. *Mitigation of motions of tall buildings with specific examples of recent applications*. Wind and Structures, vol. 2, n. 3, p. 201-251. 1999.

PINHEIRO, M. A. S. *Absorção pendular não-linear para redução de vibrações de torres esbeltas*. 116 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, fev. 1997.

Disponível em: <<http://www.coc.ufrj.br/pt/dissertacoes-de-mestrado/97-1997/1427-marco-antonio-silva-pinheiro>>.

Acesso em 22/04/2021.

PEREIRA, J. P. D. S. *Projeto de torre de telecomunicações de compósito pultrudado*. 2020. 95 f. Monografia (Graduação em Engenharia Civil) - Universidade Federal Fluminense, Niterói, RJ, 2020.

Disponível em: <<http://tec.uff.br/wp-content/uploads/sites/271/2020/12/PCC-I-Jo%C3%A3o-Paulo-D.-de-S.-Pereira.pdf>>.

Acesso em 05/01/2021.

RAO, S. S. *Mechanical vibrations*. 1104 p. 5th ed. EUA: Pearson, Prentice Hall, 2010.

SIMIÚ, E. SCANLAN, R. H. *Wind Effect on Structures: An introduction to wind engineering*. 589p. 2. ed. John Wiley and Sons Publications, 1986 *apud* CHÁVEZ, E. S. *Análise estrutural de edifício alto submetido às pressões flutuantes induzidas pela ação do vento*. 123 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) - Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, abr. 2006.

TELEBRAS. *Prática 240-410-600: procedimentos de projeto para torres metálicas auto-suportadas, estaiadas e postes metálicos*. 46 p. 2. ed. Brasil, out. 1997.

Apêndice

Ferramentas de suporte e fluxo de trabalho

